



Miguel Sarmiento Peres
Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

Estabilidade de Colunas de Nós com Deslocamentos Parcialmente Restringidos

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Prof. Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida

Prof. Doutor Corneliu Cismasiu
Prof. Doutor Rodrigo Moura Gonçalves
Prof. Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro de 2011

“Copyright” Miguel Sarmiento Peres, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Gostaria de expressar o meu sincero agradecimento ao Professor João Rocha de Almeida, não só pelo inesgotável apoio, motivação e interesse, mas também por toda a disponibilidade mostrada ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Sem a sua valiosa orientação, este trabalho dificilmente estaria com a qualidade pretendida.

Ao Professor Rodrigo Gonçalves pela ajuda na resolução de problemas que foram aparecendo ao longo do trabalho realizado.

Agradeço ainda a todos os meus amigos que, directa ou indirectamente, contribuíram para o desenvolvimento desta dissertação, ou que simplesmente estiveram presentes nos tão necessários momentos de descontração, nomeadamente: João Fernandes, Filipe Amarante, Filipe Bastos, Pedro Serafim, Joaquim Silva, João Xavier e Daniel Sousa.

Não poderia deixar de agradecer a toda a minha família pela atenção demonstrada durante toda a realização desta dissertação e por toda motivação dada ao longo desta jornada. Agradeço em especial ao meu pai, que sempre me manteve na direcção certa; à minha mãe, por todas as preocupações e por todo o apoio dado; ao meu irmão por todo o interesse demonstrado, e pelas preciosas revisões literárias.

Por último queria deixar uma palavra de agradecimento especial à Mariana, não só pelo apoio, motivação, força e paciência demonstrados ao longo desta última etapa, mas sim durante os cinco anos da minha vida académica.

Resumo

O crescente número de estruturas parcialmente contraventadas no domínio da construção metálica leva a que seja necessário, cada vez mais, a adopção de métodos de análise de estabilidade adequados, que possam satisfazer as necessidades dos projectistas.

Pretende-se neste trabalho analisar e comparar, em termos de factores de comprimento de encurvadura, diferentes formulações analíticas com capacidade para avaliar a resistência lateral fornecida pelos elementos de contraventamento, aplicadas a pórticos metálicos. São analisados três casos de estudo distintos, efectuando-se para cada um deles análises de estabilidade com recurso ao programa de cálculo automático SAP2000, as quais são tomadas como soluções de referência e, posteriormente, comparadas com as soluções obtidas através das diferentes formulações analíticas.

É avaliada a capacidade dos métodos analíticos de análise de estabilidade poderem ser aplicados a colunas inseridas em pórticos com deslocamentos laterais parcialmente restringidos, tendo em conta o volume e complexidade de cálculo intrínsecos à sua aplicação, e a precisão dos resultados obtidos.

É efectuada também uma breve revisão de diferentes critérios e requisitos de contraventamento descritos na literatura da especialidade e aplicados a regulamentos de estruturas em vigor, de modo a verificar a influência dos elementos de contraventamento nos diferentes modelos de análise de pórticos planos.

Apresentam-se no final da dissertação as principais conclusões extraídas do trabalho efectuado, bem como possíveis desenvolvimentos futuros dos métodos analíticos capazes de analisar eficientemente pórticos parcialmente contraventados.

Palavras chave:

Estabilidade; Factor de comprimento de encurvadura; Pórticos parcialmente contraventados; Critérios de contraventamento.

Abstract

The increasing number of partially braced frames in steel structures leads to a greater need to adopt adequate stability analysis methods able to fulfill the needs of the designers.

The aim of this thesis is to analyze and compare, in terms of effective length factors, different analytical formulations, capable of evaluating the lateral resistance provided by the bracing systems to a steel frame. Three different case studies are analyzed and for each one a stability analysis is carried out, using the software SAP2000 - the results are taken as reference solutions and then compared with the ones provided by the different analytical formulations.

The ability of the analytical methods of stability analysis for columns in semi-braced frames is assessed, taking in consideration the volume and complexity of the calculations, and the precision of the results obtained.

It is also presented a brief revision of different requirements for braced frames described in specific literature and applied to current structural regulations, in order to verify the influence of bracing elements in different models of plane frames analysis.

At the end of the dissertation are shown both the main conclusions drawn from this work, as well as possible future developments of the analytical methods able to effectively analyze semi-braced steel frames.

Keywords:

Stability; Effective length factor; Partially braced frames; Requirements for braced frames.

Índice de Matérias

Copyright	i
Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice de Figuras	xiii
Índice de Tabelas	xv
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xix
1 Introdução	1
1.1 Motivação e enquadramento do tema	1
1.2 Objectivo	1
1.3 Metodologia	2
1.4 Organização da Dissertação	2
2 Fundamentos Teóricos	5
2.1 Estabilidade Estrutural	5
2.2 Tipos de Instabilidade Estrutural	6
2.2.1 Instabilidade bifurcacional	6
2.2.2 Instabilidade por snap-through	9
2.3 Tipos de Análise	9
2.3.1 Análise elástica de primeira ordem	12
2.3.2 Análise elástica de segunda ordem	13
2.3.3 Análises de 1ª ordem modificadas (métodos indirectos de amplificação)	14
2.3.4 Análises de 2ª ordem aproximadas (ou simplificadas)	14
2.3.5 Análises de 2ª ordem rigorosas (ou exactas)	14

3	Comprimento de Encurvadura	17
3.1	Conceito de Comprimento de Encurvadura	17
3.2	Método de Wood	21
3.3	Método de Alinhamento Gráfico	25
4	Sistemas e Requisitos de Contraventamento	29
4.1	Sistemas de Contraventamento	29
4.1.1	Sistemas de contraventamento relativos	29
4.1.2	Sistemas de contraventamento discretos ou nodais	30
4.1.3	Sistemas de contraventamento contínuos	30
4.1.4	Sistemas de contraventamento apoiados	31
4.2	Requisitos de Contraventamento	33
4.2.1	Eurocódigo 3	33
4.2.2	Theodore V. Galambos	34
4.2.3	Rigidez lateral limite	34
4.2.4	Índices de estabilidade	35
4.2.5	British Code	36
5	Pórticos Parcialmente Contraventados	39
5.1	Formulação proposta por Charis J. Gantes e Elia Voyagaki	41
5.1.1	Modelo estrutural	41
5.1.2	Critério de contraventamento	44
5.2	Formulação proposta por Aristizabal-Ochoa	45
5.2.1	Modelos estruturais	45
5.2.2	Funções de estabilidade	50
5.2.3	Contraventamento lateral	53
5.2.4	Critério de contraventamento	54
5.3	Formulação proposta por Xu e Liu	55
5.3.1	Rigidez lateral conferida por uma coluna carregada axialmente . . .	55
5.3.2	Estabilidade de uma coluna parcialmente contraventada	57
5.3.3	Estabilidade de um piso de um pórtico parcialmente contraventado .	59
6	Estabilidade de Pórticos - Casos de Estudo	65
6.1	Descrição do Modelo de Cálculo	65
6.2	Caso 1 - Pórtico Totalmente Contraventado	66
6.2.1	Análise de estabilidade	66
6.2.2	Método de Wood	69
6.2.3	Método de Alinhamento Gráfico	71
6.2.4	Método de Gantes	73
6.2.5	Método de Aristizabal-Ochoa	74
6.2.6	Método de Xu e Liu	75
6.3	Caso 2 - Pórtico Não Contraventado	76
6.3.1	Análise de estabilidade	76
6.3.2	Análise de segunda ordem não linear	77

6.3.3	Método de Wood	82
6.3.4	Método de Alinhamento Gráfico	84
6.3.5	Método de Gantes	85
6.3.6	Método de Aristizabal-Ochoa	86
6.3.7	Método de Xu e Liu	87
6.4	Caso 3 - Pórtico Parcialmente Contraventado	89
6.4.1	Critérios de contraventamento	90
6.4.2	Análise de estabilidade	93
6.4.3	Método de Wood	95
6.4.4	Método de Alinhamento Gráfico	95
6.4.5	Método de Gantes	96
6.4.6	Método de Aristizabal-Ochoa	98
6.4.7	Método de Xu e Liu	101
7	Considerações Finais	105
7.1	Conclusões	105
7.2	Desenvolvimentos Futuros	107
	Bibliografia	109
A	Tabelas de Perfis	113

Índice de Figuras

2.1	Estados de equilíbrio	5
2.2	Estados de equilíbrio representados numa coluna	6
2.3	Instabilidade bifurcacional	7
2.4	Coluna de Euler e trajectória de equilíbrio	7
2.5	Instabilidade por Snap-Through	9
2.6	Relações constitutivas aço	10
2.7	Efeitos 2ª Ordem	11
2.8	Trajectória de equilíbrio não linear	12
2.9	Tipos de Análise	14
3.1	Factor de comprimento de encurvadura, K , para colunas com condições de apoio idealizadas	18
3.2	Coluna com apoios elásticos	19
3.3	Coluna analisada segundo o método de Wood	21
3.4	Modelo estrutural e ábaco de Wood correspondente para pórticos contraventados	23
3.5	Modelo estrutural e ábaco de Wood correspondente para pórticos não contraventados	24
3.6	Modelos estruturais: Método de alinhamento gráfico	26
3.7	Gráficos de alinhamento	27
4.1	Sistema de contraventamento relativo	30
4.2	Sistema de contraventamento discreto	30
4.3	Sistema de contraventamento contínuo	31
4.4	Sistema de contraventamento apoiado	31
4.5	Sistema de contraventamento treliçado	32
4.6	Sistema de contraventamento através de uma parede resistente	32
4.7	Divisão do pórtico com ligações simples em duas subestruturas	32
4.8	Divisão do pórtico com ligações rígidas em duas subestruturas	33
4.9	Sistema de contraventamento diagonal aplicado a um pórtico simples	34
5.1	Pórtico com coluna a ser analisada e correspondente coluna com apoios elásticos.	39
5.2	Pórtico com sistema de contraventamento, em posição deformada	40

5.3	Factor do comprimento de encurvadura β , para diferentes valores da rigidez lateral \bar{c}_2	43
5.4	Critério de contraventamento proposto por Charis J. Gantes	45
5.5	Modelo estrutural de um pórtico contraventado - Aristizabal-Ochoa	46
5.6	Modelo estrutural de um pórtico parcialmente contraventado - Aristizabal-Ochoa	46
5.7	Modelo estrutural de um pórtico não contraventado - Aristizabal-Ochoa	47
5.8	Modelo estrutural para uma coluna isolada - Aristizabal-Ochoa	48
5.9	Coluna sujeita a deformação lateral - Xu e Liu	56
5.10	Condições de contraventamento lateral de uma coluna - Xu e Liu	58
5.11	Pórtico genérico - Xu e Liu	60
5.12	Deformações devido às rotações de uma viga semi-rígida - Xu e Liu	60
6.1	Caso de estudo - Pórtico 3×3	66
6.2	Coluna com dois tramos contraventados	68
6.3	Posição deformada - Pórtico contraventado	69
6.4	Posição deformada - Pórtico não contraventado	77
6.5	Imperfeições globais equivalentes	79
6.6	Substituição das imperfeições iniciais por sistemas de forças horizontais equivalentes	79
6.7	Relação carga/deslocamento - pórtico não contraventado	81
6.8	Terceiro caso de estudo - Pórtico parcialmente contraventado	89

Índice de Tabelas

3.1	Coeficientes de rigidez K_{ij} para vigas com esforço axial desprezável [11]	22
3.2	Coeficientes de rigidez K_{ij} em vigas onde apoiam lajes de betão [11]	22
3.3	Coeficientes de rigidez K_{ij} para vigas com esforço axial não desprezável [11]	23
6.1	Comprimentos de encurvadura L_E (m) para o caso contraventado - Análise de estabilidade	67
6.2	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Análise de estabilidade	67
6.3	Factor de distribuição η_1 para o caso contraventado	70
6.4	Factor de distribuição η_2 para o caso contraventado	70
6.5	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Método de Wood	70
6.6	Erro relativo (%) para o caso contraventado - Método de Wood	71
6.7	Coeficiente de rigidez G_A	71
6.8	Coeficiente de rigidez G_B	72
6.9	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Método de Alinhamento Gráfico	72
6.10	Erro relativo (%) para o caso contraventado - Método de Alinhamento Gráfico	72
6.11	Factor de comprimento de encurvadura β para o caso contraventado - Método de Gantes	73
6.12	Erro relativo (%) para o caso contraventado - Método de Gantes	73
6.13	Factores de fixação ρ_{ai} - Pórtico contraventado	74
6.14	Factores de fixação ρ_{bi} - Pórtico contraventado	74
6.15	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa	75
6.16	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Xu e Liu	75
6.17	Comprimento de encurvadura L_E (m) para o caso não contraventado - Análise de estabilidade	76
6.18	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Análise de estabilidade	77
6.19	Sistemas de forças equivalentes às imperfeições globais	80

6.20	Sistemas de forças equivalentes às imperfeições locais	80
6.21	Factor de distribuição η_1 para o caso não contraventado	82
6.22	Factor de distribuição η_2 para o caso não contraventado	83
6.23	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Método de Wood	83
6.24	Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Wood	83
6.25	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Método de Alinhamento Gráfico	84
6.26	Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Alinhamento Gráfico	84
6.27	Factor de comprimento de encurvadura β_i para o caso não contraventado - Método de Gantes	85
6.28	Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Gantes	85
6.29	Factores de fixação ρ_{ai} - Pórtico não contraventado	86
6.30	Factores de fixação ρ_{bi} - Pórtico não contraventado	86
6.31	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa	86
6.32	Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa	87
6.33	Parâmetros críticos de carga λ_{cr} para o caso não contraventado - Método de Xu e Liu	88
6.34	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Método de Xu e Liu	88
6.35	Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Xu e Liu	88
6.36	Relação entre os deslocamentos δ e δ_0	90
6.37	Critério de contraventamento - Galambos	91
6.38	Tong e Shi - Parâmetro G_{TH}	91
6.39	Rigidez lateral mínima T_k (kN/m) - Tong e Shi	91
6.40	Rigidez do sistema de contraventamento diagonal	92
6.41	Critério de contraventamento - ACI	92
6.42	Critério de contraventamento - Menon	93
6.43	Factores de comprimento de encurvadura K_i - Menon	93
6.44	Deslocamentos relativos entre pisos - British Code	93
6.45	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso parcialmente contraventado - Análise de estabilidade	94
6.46	Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Wood	95
6.47	Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Alinhamento Gráfico	96
6.48	Parâmetro de rigidez \bar{c}_2 para o caso parcialmente contraventado - Método de Gantes	97
6.49	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso parcialmente contraventado - Método de Gantes	97
6.50	Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Gantes	97

6.51	Diferença relativa (%) entre os factores de comprimento de encurvadura β_i obtidos nos casos contraventado e parcialmente contraventado - Método de Gantes	98
6.52	Parâmetro S_{Δ} - Método de Aristizabal-Ochoa	99
6.53	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso parcialmente contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa	99
6.54	Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa	99
6.55	Diferença relativa (%) entre os factores de comprimento de encurvadura K_i obtidos nos casos contraventado e parcialmente contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa	100
6.56	Rigidez lateral mínima S_{min} (kN/m) - Método de Aristizabal-Ochoa . . .	101
6.57	Factores de fixação r_u - Pórtico parcialmente contraventado	101
6.58	Factores de fixação r_l - Pórtico parcialmente contraventado	101
6.59	Factor de contraventamento lateral α_B - Método de Xu e Liu	102
6.60	Parâmetro crítico de carga λ_{cr} - Método de Xu e Liu	102
6.61	Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso parcialmente contraventado - Método de Xu e Liu	102
6.62	Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Xu e Liu	103
6.63	Diferença relativa (%) entre os factores de comprimento de encurvadura K_i obtidos nos casos contraventado e parcialmente contraventado - Método de Xu e Liu	103
A.1	Características geométricas dos perfis IPE100 e HEB140	113
A.2	Características geométricas dos elementos circulares ocos CHS	114

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas

EC3 Eurocodigo 3

Siglas

ACI American Concrete Institute

AISC American Institute of Steel Construction

AASHTO American Association of State Highway and Transportation Officials

Letras Latinas Minúsculas

c_i^* Coeficiente adimensional de rigidez das molas (método de Gantes)

\bar{c}_i Factor de rigidez lateral (método de Gantes)

h Altura

r Factores de fixação (método de Xu e Liu)

Letras Latinas Maiúsculas

A Área

E Módulo de Elasticidade

G Coeficiente de rigidez (método de alinhamento Gráfico)

I Momento principal de inércia

K Factor de comprimento de encurvadura; Coeficiente de rigidez (método de Wood)

L Comprimento

L_E Comprimento de encurvadura

M	Momento flector
P_{cr}	Carga crítica de bifurcação
P_E	Carga crítica de Euler
P_n	Resistência à compressão axial
P_u	Carga vertical total do piso
Q	Índice de estabilidade
R	Coefficiente de rigidez de rotação (método de Aristizabal-Ochoa; método de Xu e Liu)
S_b	Rigidez lateral do sistema de contraventamento (método de Xu e Liu)
S_c	Rigidez lateral (método de Xu e Liu)
S_Δ	Rigidez lateral (método de Aristizabal-Ochoa)
S_{min}	Rigidez lateral mínima (método de Aristizabal-Ochoa)
T_k	Rigidez lateral mínima
V_u	Esforço transversal total do piso

Letras Gregas Minúsculas

α	Relação entre cargas axiais (método de Aristizabal-Ochoa)
α_b	Factor de factor de rigidez lateral (método de Xu e Liu)
β	Factor de comprimento de encurvadura (método de Gantes); Relação entre rigidez de flexão (método de Aristizabal-Ochoa); Factor de modificação de rigidez lateral (método de Xu e Liu)
δ	Deslocamento
ϵ	Deformação
ϕ	Parâmetro de rigidez
γ	Relação entre alturas (método de Aristizabal-Ochoa)
η	Coefficiente de distribuição (método de Wood)
λ	Factor de carga;
λ_{cr}	Parâmetro crítico de carga
ν	Relação entre as rotações das extremidades de uma viga (método de Xu e Liu)

θ Rotação

ρ_i Factor de fixação (método de Aristizabal-Ochoa)

σ Tensão

Letras Gregas Maiúsculas

Δ_0 Deslocamento relativo

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação e enquadramento do tema

A análise de estabilidade é um dos aspectos mais importantes e condicionantes no dimensionamento de estruturas metálicas, e tem sido alvo de estudo ao longo dos anos por parte de diversos autores. Num projecto de estruturas metálicas, devido à elevada esbelteza dos seus elementos, não é suficiente efectuar apenas verificações de segurança à resistência das secções. É também necessário ter em consideração possíveis fenómenos de instabilidade que possam ocorrer, quer a nível global da estrutura, quer a nível local dos seus elementos constituintes. As verificações de segurança em relação aos fenómenos de instabilidade são feitas de acordo com a metodologia dos estados limites últimos, aos quais estão associadas situações de colapso global ou local da estrutura. Em termos práticos, os fenómenos de instabilidade são geralmente denominados por fenómenos de encurvadura, designando-se o estado limite de instabilidade por estado limite de encurvadura. Assim, é essencial estudar adequadamente os fenómenos de encurvadura de modo a se conseguir um adequado dimensionamento que respeite todas as verificações de segurança necessárias.

A estabilidade de pórticos planos depende grandemente do seu grau de contraventamento, pelo que é de extrema importância a correcta avaliação e quantificação da influência que os elementos de contraventamento têm nesse fenómeno. Isto é, da parcela de rigidez lateral que os elementos de contraventamento conferem ao pórtico, e das restrições que estes fornecem à movimentação lateral das colunas. Não é de todo adequado assumir *a priori* como classificação quanto ao grau de contraventamento de pórticos planos apenas os casos contraventado ou não contraventado, pois existe um leque de situações intermédias entre estes dois casos.

1.2 Objectivo

O principal objectivo da presente dissertação é comparar as diferenças entre o factor de comprimento de encurvadura de colunas inseridas em pórticos, designado como K , obtidos através de um programa de cálculo automático, e obtido com recurso a diferentes

formulações analíticas propostas por diversos autores. Para tal, analisam-se três casos de estudo distintos.

Pretende-se ainda avaliar diferentes critérios de contraventamento, e aplicá-los a um caso de estudo, bem como avaliar as diferenças em termos de factores de comprimento de encurvadura que resultam da consideração de um pórtico como totalmente contraventado, parcialmente contraventado ou não contraventado.

1.3 Metodologia

Para alcançar os objectivos anteriormente descritos foi utilizado o programa de cálculo automático SAP2000 na análise dos três casos de estudo apresentados, sendo os factores de comprimento de encurvadura obtidos por essa via, os valores “base” que serão posteriormente comparados com as formulações analíticas. Apresenta-se de seguida uma metodologia esquemática do procedimento efectuado para cada um dos casos de estudo.

- i. Descrição do modelo de cálculo e consequente modelação e análise no programa de cálculo automático;
- ii. Aplicação das formulações “clássicas” (método de Wood [37] e método de Alinhamento Gráfico [23]) ao modelo de cálculo, obtendo-se os correspondentes resultados;
- iii. Quantificação dos factores de comprimento de encurvadura dos exemplos através de formulações analíticas mais complexas, capazes de avaliar a influência dos elementos de contraventamento na estabilidade das colunas (métodos de Gantes [21], Aristizabal-Ochoa [9] e Xu e Liu [39]).
- iv. Comparação entre os resultados obtidos através de distintas formulações, para cada um dos diferentes casos de estudo considerados.

1.4 Organização da Dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 7 capítulos distintos. O capítulo inicial é a introdução, onde se pretende abordar os aspectos de motivação e enquadramento do tema, listar objectivos e metodologias e, por último, apresentar uma breve descrição da estrutura da dissertação.

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos teóricos associados à estabilidade de estruturas. O que é o fenómeno de instabilidade, quais os diferentes tipos de instabilidade, bem como os diferentes métodos de análise que podem ser utilizados.

No Capítulo 3 começa-se por descrever os conceitos de comprimento de encurvadura e factor de comprimento de encurvadura; posteriormente são apresentados e discutidos os métodos ditos “clássicos” para a determinação do referido factor.

No Capítulo 4 são dados a conhecer ao leitor alguns dos diferentes tipos de sistemas de contraventamento existentes, bem como alguns dos requisitos de contraventamento mais utilizados em normas e regulamentos a nível mundial.

No Capítulo 5 descrevem-se três diferentes formulações analíticas mais complexas que as ditas “clássicas”, já que estas possuem a capacidade de analisar e estimar os factores de comprimento de encurvadura de pórticos parcialmente contraventados, através de diferentes parâmetros de rigidez lateral associados à rigidez do sistema de contraventamento.

No Capítulo 6 são apresentados, analisados e comparados três diferentes casos de estudo, através de formulações distintas. Como primeiro caso de estudo apresenta-se um pórtico totalmente contraventado; no segundo caso de estudo analisa-se o mesmo pórtico, mas desta vez sem qualquer restrição à movimentação lateral das suas colunas; como último caso de estudo, introduzem-se elementos de contraventamento diagonais no pórtico, de modo a se verificar a influência destes elementos na estabilidade da estrutura.

No Capítulo 7 efectua-se uma descrição sumária dos pontos fulcrais da dissertação e faz-se um apanhado geral das conclusões obtidas no Capítulo 6 para os diferentes casos de estudo. Sugerem-se ainda trabalhos e desenvolvimentos futuros possíveis de ser realizados no tópico da estabilidade de colunas com deslocamentos parcialmente restringidos.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

2.1 Estabilidade Estrutural

A noção de estabilidade estrutural está intimamente ligada ao conceito de equilíbrio de uma estrutura. A estabilidade de um sistema pode ser simplificada definida como a capacidade de um sistema voltar à posição original após sofrer uma pequena perturbação, como é o caso de uma força externa. A noção de estabilidade do equilíbrio pode ser melhor compreendida através da visualização do exemplo que se mostra de seguida, estando nele representados os três tipos de equilíbrio - estável, instável e neutro, respectivamente.



Figura 2.1: Estados de equilíbrio. Estável, Instável e Neutro.

Neste exemplo ilustrativo mostram-se três situações de equilíbrio distintas, onde uma esfera rígida sujeita ao seu peso próprio se encontra em repouso, posicionada em três superfícies diferentes. Para a primeira superfície (côncava), verifica-se que a esfera se encontra num tipo de equilíbrio dito estável. Relativamente à segunda superfície (convexa), o correspondente equilíbrio da esfera é classificado como instável. Na terceira superfície, a esfera encontra-se em repouso sobre uma superfície horizontal, estando por isso num estado de equilíbrio neutro.

Pode-se também exemplificar as três situações de equilíbrio distintas através do exemplo de uma barra comprimida apresentado na Figura 2.2. No primeiro caso, o equilíbrio é estável, pois a carga aplicada (P) é menor que a carga crítica da coluna (P_{cr}), e se for aplicada uma pequena deformação à coluna, esta volta à sua posição inicial. No segundo caso, onde a carga aplicada tem o mesmo valor que a carga crítica, é atingido o estado de equilíbrio neutro. Neste estado de equilíbrio, ao se aplicar um pequeno deslocamento transversal à coluna, a coluna permanece na posição nessa mesma posição deformada [25]. No último caso, onde a carga aplicada supera a carga crítica, o equilíbrio diz-se instável, visto que

as deformações aumentam consideravelmente quando aplicada uma pequena deformação à coluna.

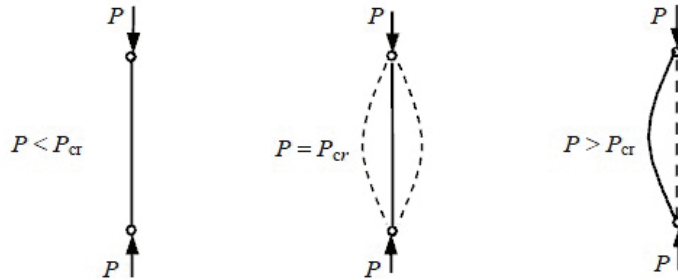


Figura 2.2: Três estados de equilíbrio representados numa coluna [25].

2.2 Tipos de Instabilidade Estrutural

Qualquer estrutura ao ser carregada apresenta uma trajectória de equilíbrio que pode ser descrita como a relação entre o carregamento aplicado e os deslocamentos que esse carregamento provoca. A instabilidade de uma estrutura ocorre quando a trajectória de equilíbrio passa de uma trajectória de equilíbrio estável, para uma trajectória de equilíbrio que pode ser estável ou instável. Esta transição pode ocorrer de duas maneiras distintas, originando dois diferentes tipos de instabilidade.

2.2.1 Instabilidade bifurcacional

Neste tipo de instabilidade ocorre uma bifurcação de equilíbrio entre as duas trajectórias existentes: trajectória fundamental e trajectória pós-encurvadura. O ponto onde estas duas trajectórias se intersectam é designado por ponto de bifurcação, e é onde se obtém um estado de equilíbrio crítico de estabilidade na estrutura. Na Figura 2.3 apresenta-se uma relação carga/deslocamento genérica, com um carácter não linear da sua trajectória de pré-encurvadura (fundamental).

Na trajectória de equilíbrio (fundamental), que se inicia na origem do diagrama carga/deslocamento, as deformações existentes produzidas pelo carregamento axial ocorrem num estado de pré-encurvadura, isto é, antes de acontecer a instabilização da peça. Esta trajectória fundamental pode ter um carácter linear ou não linear, consoante o caso em questão. Ao ser atingido o ponto crítico, onde é atingida a carga crítica de estrutura, a trajectória fundamental bifurca em duas diferentes trajectórias. A nova trajectória de equilíbrio da peça tem o nome de trajectória de pós-encurvadura.

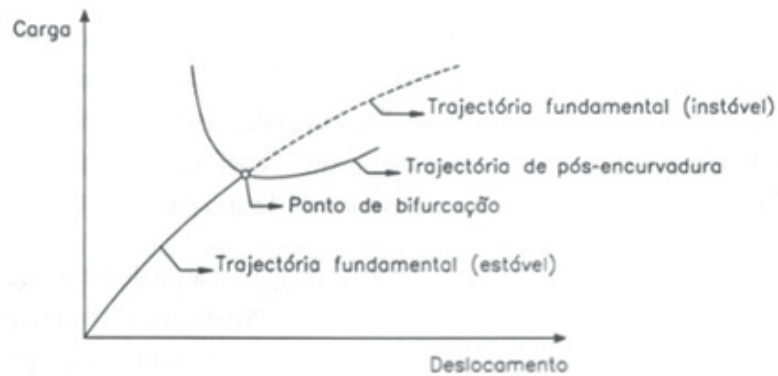


Figura 2.3: Instabilidade Bifurcacional [29].

O ponto de bifurcação corresponde à intersecção das duas trajetórias existentes e o seu nome deve-se ao facto de, nesse mesmo ponto, existir uma bifurcação das trajetórias. Ou seja, existem duas trajetórias possíveis no diagrama carga/deslocamento.

Para uma melhor compreensão do fenómeno atrás descrito, apresenta-se agora um problema bastante conhecido, usualmente chamado como o problema da “coluna de Euler”.

Neste problema considera-se uma coluna elástica de comprimento L , simplesmente apoiada e carregada por uma carga axial de valor P . As trajetórias de equilíbrio da coluna estão representadas na Figura 2.4, onde P é o valor do carregamento axial e q é o deslocamento transversal a meia altura da coluna, ou seja $q = w(L/2)$. É de notar que, em relação à relação carga/deslocamento mostrada anteriormente na Figura 2.3, a trajetória fundamental apresenta um comportamento linear, contrariamente à relação não linear mostrada anteriormente.

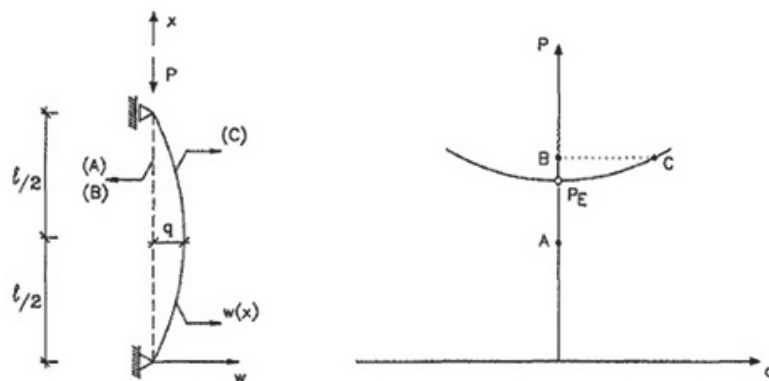


Figura 2.4: Coluna de Euler e respectiva trajetória de equilíbrio [29].

Ao analisar as trajetórias de equilíbrio da coluna de Euler, verifica-se a existência de duas trajetórias distintas. A primeira trajetória, dita trajetória fundamental, apresenta a

característica que em toda a sua duração q é igual a zero, não existindo pois deslocamentos transversais à coluna, independentemente da magnitude do carregamento considerado. A segunda trajectória, designada por trajectória de pós-encurvadura, apresenta valores não nulos de deslocamento transversal. A intersecção destas duas trajectórias ocorre num ponto de coordenadas $q = 0$ e $P = P_E$. É neste ponto que ocorre a bifurcação do equilíbrio. A carga que provoca a bifurcação da trajectória de equilíbrio é chamada carga crítica de Euler, e pode ser demonstrado que esta toma o seguinte valor [33]:

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.1)$$

Sendo E o módulo de elasticidade do material da coluna e I o momento principal de inércia da secção em relação ao eixo de flexão que se está a considerar. A esta carga crítica está associado um modo de instabilidade, caracterizado da seguinte forma:

$$w(x) = q \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.2)$$

Quando $P < P_E$, o deslocamento transversal tem valor nulo, o que significa que se está sobre a trajectória fundamental de equilíbrio, e que quando ocorre uma perturbação à coluna, esta regressa à sua posição inicial, sendo o equilíbrio considerado como estável. No caso em que $P > P_E$, a coluna, ao ser perturbada, não volta à sua posição indeformada, mas tende ao invés para uma posição deformada, com um deslocamento transversal não nulo. O equilíbrio é então considerado como instável. Quando a coluna se encontra na posição deformada descrita anteriormente e se volta a aplicar uma nova perturbação, verifica-se que o equilíbrio recupera o seu carácter estável, voltando a coluna, após cessar a perturbação, para a sua posição inicial antes do início da segunda perturbação. O deslocamento transversal permanece não nulo, mas não existe um incremento de deslocamento transversal relativamente à posição deformada inicial.

Quando uma estrutura experimenta um tipo de instabilidade bifurcacional, as seguintes características encontram-se presentes na sua trajectória de equilíbrio [29]:

- Existência de uma trajectória de equilíbrio estável (fundamental), com início na origem do diagrama carga/deslocamento.
- Existência de um ponto de bifurcação, na intersecção das duas trajectórias.
- Existência de uma trajectória de equilíbrio, normalmente estável, de pós-encurvadura, que tem início no ponto de bifurcação.

Neste tipo de problema de instabilidade, é fundamental a determinação das coordenadas do ponto de bifurcação, isto é, a determinação do menor valor da força P que provoca

a instabilização da estrutura. É igualmente importante, após calcular a carga crítica da estrutura, determinar o seu modo de instabilização fundamental, que ocorre quando o carregamento da estrutura atinge o seu valor crítico. O comportamento da estrutura após a ocorrência da bifurcação de equilíbrio é chamado de comportamento pós-encurvadura. É também necessário analisar as propriedades da trajectória pós-encurvadura nas imediações do ponto de bifurcação, para se determinar a evolução da resposta da estrutura após a instabilização. Para tal, é necessário efectuar uma análise não-linear de estabilidade. A instabilidade bifurcacional assume nesta dissertação particular importância, sendo apenas referido a título explicativo outro tipo de instabilidade.

2.2.2 Instabilidade por snap-through

Num problema de instabilidade por snap-through, a relação carga/deslocamento é bastante distinta da relação que ocorre na instabilidade bifurcacional. Na instabilidade por snap-through, a trajectória de equilíbrio fundamental que se inicia na origem do diagrama carga/deslocamento é não linear e existe um ponto limite, de declive nulo, onde a configuração de equilíbrio passa “dinamicamente” para uma configuração de equilíbrio afastada, mas novamente estável. Os exemplos mais comuns de estruturas onde este tipo de instabilidade se manifesta são as calotes esféricas e os arcos abatidos. Apresenta-se na Figura 2.5 o diagrama esquemático da relação carga/deslocamento de um problema de instabilidade por snap-through.

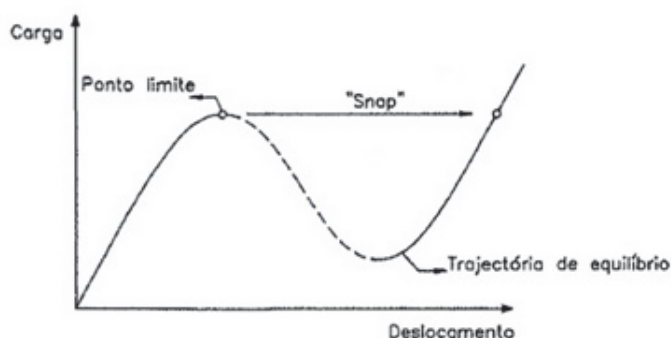


Figura 2.5: Instabilidade por Snap-Through [29].

2.3 Tipos de Análise

No estudo de qualquer estrutura é necessário, para determinação da resposta da estrutura (em termos de esforços, deslocamentos, tensões e deformações) face a uma solicitação exterior, efectuar uma análise à mesma. O tipo de análise utilizado e as hipóteses simplificativas adoptadas fazem com que os resultados obtidos possam ser bastante distintos dos efectivamente registados numa estrutura real. Numa estrutura isostática, sabe-se que a análise de esforços é feita apenas através de equações de equilíbrio estático.

No caso da análise de estruturas hiperstáticas, a análise global pode ser efectuada de duas maneiras distintas. Pode-se efectuar uma análise elástica ou uma análise plástica, consoante a relação tensão/deformação que se adopta para o material. Na análise elástica, admite-se que essa relação é linear em qualquer ponto da estrutura, independentemente do estado de tensão a que o material está sujeito. Neste trabalho, o aço é sempre considerado como um material perfeitamente elástico, admitindo-se uma relação tensão/deformação linear e não se entra nos domínios da plasticidade do material. Ilustram-se na Figura 2.6 algumas relações constitutivas que podem ser utilizadas para simular o comportamento do aço.

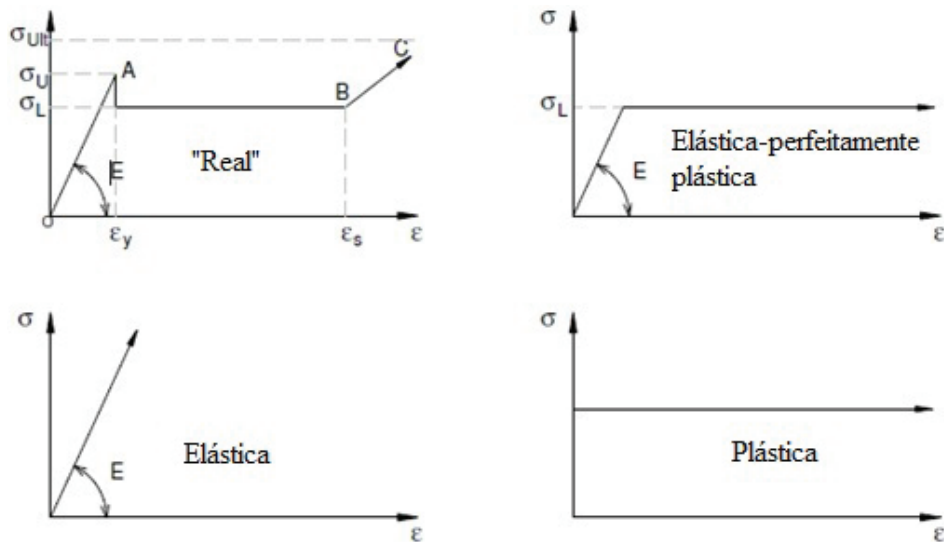


Figura 2.6: Relações constitutivas para o material aço [13].

A análise global plástica pressupõe que algumas secções da estrutura plastifiquem, geralmente através da criação de rótulas plásticas devido aos esforços de flexão, e que existe uma redistribuição dos esforços para as zonas da estrutura menos esforçadas. É de extrema importância que as secções onde se considera que o aço funciona no domínio plástico tenham uma elevada capacidade de rotação. Este tipo de análise implica que o material considerado tem que ter um comportamento dúctil, apresentando uma fase plástica suficientemente grande. Segundo o regulamento de estruturas metálicas em vigor na Europa, o Eurocódigo 3 [4], é necessário que as secções da estrutura sejam de classe 1 ou 2 para se poder efectuar uma análise plástica.

Ao escolher o tipo de análise a efectuar, há que ter em conta os seguintes factores:

- Tipo de relação constitutiva adoptada para descrever o comportamento do material: elástico ou plástico.
- Formulação geométrica utilizada: linear, quando na análise se considera a configuração inicial (não deformada) da estrutura; ou não linear, quando a análise é efectuada com base na configuração deformada da estrutura.

Consoante estes dois factores, é possível distinguir diferentes tipos de análises: tendo em consideração apenas o comportamento do material, podem-se dividir as análises em análises elásticas ou plásticas; consoante se considere ou não linearidade geométrica, obtêm-se análises de primeira ou de segunda ordem, respectivamente.

Relativamente aos efeitos de segunda ordem, tomando como exemplo o caso de um pórtico “real”, com imperfeições geométricas associadas, e carregado axialmente nos elementos verticais, esses efeitos podem ser designados por efeitos globais (também denominados de efeitos $P - \Delta$) e de efeitos locais ($P - \delta$). Estes podem ser visualizados na Figura 2.7.

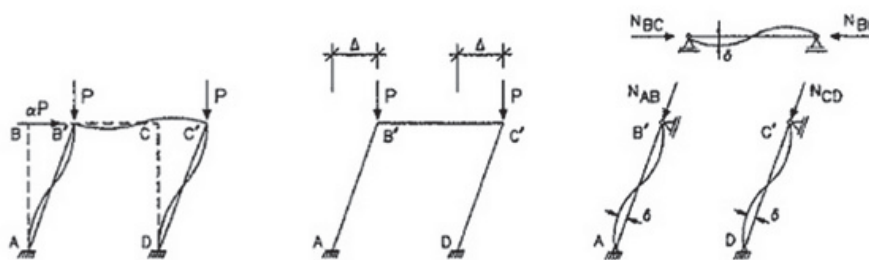


Figura 2.7: Efeitos de 2ª ordem totais; Efeitos $P - \Delta$; Efeitos $P - \delta$ [29].

Os efeitos de segunda ordem globais ($P - \Delta$) estão relacionados com os deslocamentos relativos das extremidades das barras, o que corresponde a dizer que a configuração deformada da estrutura porticada é definida pela linha poligonal definida pelas cordas das diferentes barras [29]. Os efeitos globais de segunda ordem são provocados pelo carregamento vertical que actua sobre a estrutura, e só existem caso os nós da estrutura tenham a possibilidade de se deslocar lateralmente (estruturas com nós moveis, também denominadas de não contraventadas). O carregamento vertical, ao provocar deslocamentos laterais na estrutura, faz com que se originem momentos flectores adicionais (devido à maior excentricidade da carga), que por sua vez provocam maiores deslocamentos, estabelecendo-se assim uma relação não linear entre cargas e esforços (ou deslocamentos). Os esforços devidos à deformação da estrutura são designados por esforços secundários.

Os efeitos de segunda ordem locais, ($P - \delta$), existentes ao nível dos elementos constituintes da estrutura, estão relacionados com os deslocamentos das configurações deformadas de cada barra, quando sujeitas a esforços de compressão, em relação à posição relativa de cada corda (curvaturas). Estes efeitos têm lugar quer em pórticos de nós com deslocamentos laterais livres, quer em pórticos onde os deslocamentos laterais dos nós se encontram restringidos (denominados pórticos contraventados).

Torna-se portanto necessário, para determinar trajectórias de equilíbrio não linear de uma estrutura, ter em consideração os efeitos de segunda ordem, ou também chamados, “efeitos $P - \delta$ ”.

Ao se analisar estruturas com imperfeições geométricas iniciais, é necessário ter em consideração que em geral deixa de existir a bifurcação da trajectória de equilíbrio que ocorre por exemplo no caso da coluna de Euler, e que a relação carga/deslocamento passa a ser não linear, tendendo assintoticamente para uma recta horizontal cujo valor de ordenada é o valor da carga crítica da estrutura.

Este tipo de trajectória de equilíbrio não linear pode ser visualizado na Figura 2.8

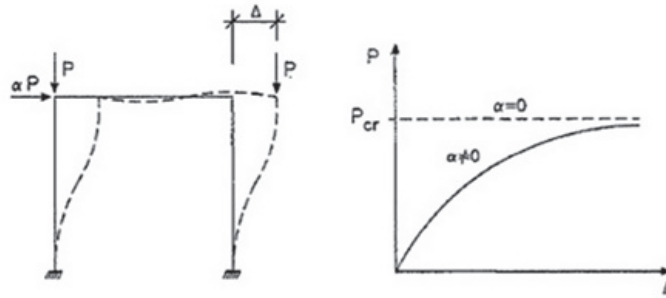


Figura 2.8: Trajectória de equilíbrio não linear [29].

A determinação da trajectória de equilíbrio não linear do pórtico acima esquematizado implica que as equações de equilíbrio do mesmo sejam estabelecidas na sua configuração deformada.

Vai-se agora detalhar um pouco mais os tipos de análise em que se admite o material (aço) como elástico linear.

2.3.1 Análise elástica de primeira ordem

Este é o tipo de análise mais correntemente utilizado no cálculo da resposta de estruturas, e o que providencia maior facilidade em termos de cálculo. Este tipo de análise assume linearidade geométrica; isto é, as equações de equilíbrio são escritas na posição indeformada da estrutura, admitindo-se a hipótese dos pequenos deslocamentos. Tal hipótese equivale a afirmar que os deslocamentos elásticos e as suas derivadas são tão pequenos que a posição deformada praticamente coincide com a posição original da estrutura. Admite-se ainda linearidade física (material elástico linear). É necessário, ao recorrer a este tipo de análise para fins de dimensionamento de estruturas, conhecer as suas limitações e as situações em que é aceitável aplicá-la. De facto, este tipo de análise é incapaz de capturar os fenómenos de instabilidade de uma estrutura, que são por natureza intrínseca, geometricamente não lineares. Estes fenómenos ganham especial importância quando existe um acréscimo significativo dos esforços na estrutura devido à deformação provocada pelo carregamento.

2.3.2 Análise elástica de segunda ordem

Uma análise elástica de segunda ordem é caracterizada pelo facto das equações de equilíbrio serem escritas na posição deformada da estrutura, não se podendo adoptar a hipótese dos pequenos deslocamentos, como no caso das análises de primeira ordem. Em certos casos, são também considerados termos não lineares nas relações cinemáticas (ou relações deformações - deslocamentos). As análises de segunda ordem dividem-se em:

- i Análises de estabilidade (bifurcação) - as análises de estabilidade são um tipo especial de análises de segunda ordem, onde a estrutura a ser analisada está sujeita a forças ou esforços de compressão [16], e têm como objectivo determinar as respectivas cargas de bifurcação da estrutura, com especial importância para a menor destas cargas (vulgarmente designada por carga crítica), e os respectivos modos de instabilidade.

Nestas análises a estrutura é considerada sem imperfeições geométricas iniciais, e admite-se que sobre ela actuam cargas que dependem linearmente de um único parâmetro. Não são considerados quaisquer deslocamentos transversais quando a estrutura ainda se encontra sobre a trajectória fundamental, ou seja, desprezam-se os deslocamentos pré-encurvadura. A carga crítica da estrutura é determinada, em regime elástico, através do conceito de “equilíbrio adjacente”. Este consiste na procura de valores de carga que provoquem uma deformada da estrutura infinitamente próxima da trajectória fundamental, mas qualitativamente diferente, onde sejam satisfeitas as equações de equilíbrio [10]. Matematicamente, a resolução deste tipo de análise de estabilidade consiste na determinação de um problema de valores e vectores próprios.

- ii Análises iniciais de pós-encurvadura - este tipo de análise permite determinar o comportamento de estruturas que apresentam um estado linear de pré-encurvadura, na vizinhança do ponto crítico de bifurcação. Isto faz com que seja possível caracterizar o tipo de equilíbrio da estrutura como estável ou instável [29].
- iii Análises não lineares - este tipo de análise tem como objectivo avaliar trajectórias de equilíbrio com um andamento não linear, e a correspondente resposta da estrutura (em termos de deslocamentos, tensões ou deformações) ao longo dessa mesma trajectória. Esta análise é feita à medida que se vai incrementando a carga, de modo a determinar os sucessivos deslocamentos da estrutura.

Apresenta-se de seguida na Figura 2.9 uma representação esquemática de um diagrama carga/deslocamento efectuado através de diferentes tipos de análises.

Existem diversas maneiras de considerar os efeitos de segunda ordem numa análise não linear de estabilidade, podendo-se destacar os seguintes métodos.

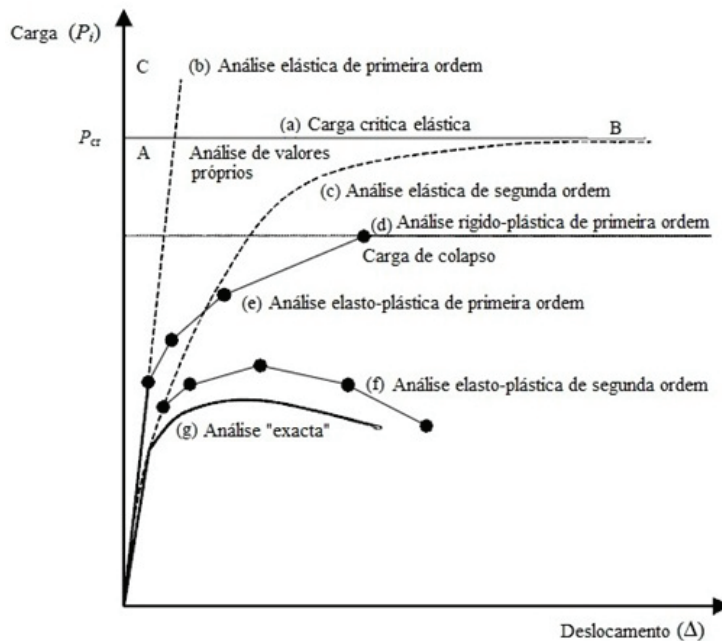


Figura 2.9: Diagrama carga/deslocamento - Adaptado de [16].

2.3.3 Análises de 1ª ordem modificadas (métodos indirectos de amplificação)

Estes métodos efectuem uma amplificação dos esforços obtidos através de uma análise de primeira ordem, para se conseguir ter em conta, indirectamente, os efeitos de segunda ordem na estrutura. Os efeitos $P - \delta$ são contabilizados através de um factor de amplificação que depende da carga crítica de estabilidade da estrutura. Este método de amplificação é quase exclusivamente válido apenas para pórticos a duas dimensões, também correntemente chamados pórticos planos [29].

2.3.4 Análises de 2ª ordem aproximadas (ou simplificadas)

Estes tipos de análise são aplicados quase exclusivamente em pórticos planos, cujas equações de equilíbrio são geralmente escritas na posição indeformada do pórtico. Os efeitos de segunda ordem são então incorporados de maneira simplificada na análise da estrutura. A introdução de forças adicionais, ou simplesmente a redução da rigidez da estrutura, constituem maneiras indirectas e aproximadas de se contabilizar os efeitos não lineares de segunda ordem, e permitem transformar a resolução de um problema de natureza não linear na resolução de um conjunto de problemas lineares.

2.3.5 Análises de 2ª ordem rigorosas (ou exactas)

As equações de equilíbrio neste tipo de análise são escritas na configuração deformada “instantânea” da estrutura, que varia à medida que o carregamento é aplicado. Estes

métodos de análise implicam sempre um grande volume de cálculo e processos iterativos. Estas análises podem ser efectuadas recorrendo ao método dos elementos finitos, utilizando elementos finitos não lineares. É ainda necessário, para se obter uma precisão dos resultados elevada, proceder à contabilização da variação dos esforços normais que ocorrem na estrutura. Ao efectuar este tipo de análise, desde que sejam introduzidas as imperfeições geométricas iniciais, os efeitos $P - \delta$ são automaticamente contabilizados.

Capítulo 3

Comprimento de Encurvadura

3.1 Conceito de Comprimento de Encurvadura

O conceito de comprimento de encurvadura de uma coluna foi primeiramente estudado e definido por Jasinsky em 1893, e fisicamente, corresponde à distância entre dois pontos de inflexão consecutivos da configuração do modo crítico de instabilidade (eventualmente prolongada para além do comprimento da coluna) [29].

Sabe-se que a carga crítica de bifurcação de uma coluna carregada axialmente por uma força P , com comprimento L , rigidez de flexão EI , com quaisquer condições de apoio, é dada pela seguinte expressão:

$$P_{cr} = \gamma \frac{EI}{L^2} \quad (3.1)$$

Onde o coeficiente γ descreve a influência das condições de apoio da coluna.

Efectuando a seguinte mudança de variável,

$$\gamma = \frac{\pi^2}{K} \quad (3.2)$$

A Equação (3.1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(K L)^2} \quad (3.3)$$

Esta expressão está na base do conceito de comprimento de encurvadura de uma coluna, o qual é dado por:

$$L_E = K L \quad (3.4)$$

E é definido como o “comprimento de uma coluna uniforme fictícia, *simplesmente apoiada*, cuja carga de bifurcação é igual à da coluna considerada” [29].

Na Figura 3.1 podem ser visualizados os parâmetros K , denominados factores de comprimento de encurvadura, para colunas cujas condições de apoio são idealizadas. Para se obter o comprimento de encurvadura (L_E), de uma dada coluna, basta multiplicar o comprimento da coluna (L) pelo parâmetro K .




Modo de encurvadura da coluna encontra-se representado a tracejado	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Valor teórico de K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Condições de apoio		 Rotação fixa e translação fixa Rotação livre e translação fixa  Rotação fixa e translação livre Rotação livre e translação livre				

Figura 3.1: Factor de comprimento de encurvadura, K , para colunas com condições de apoio idealizadas - Adaptado de [16].

O conceito de comprimento de encurvadura para uma coluna uniforme inserida num pórtico, pode ser definido como o comprimento de um elemento fictício, rotulado em ambas as extremidades, que instabiliza em simultâneo com o pórtico, para um dado carregamento. Isto é, essa grandeza pode ser descrita como o comprimento (L) de uma coluna bi-apoiada, que instabiliza ao mesmo tempo que todo o pórtico, para um dado carregamento [29].

O conceito de comprimento de encurvadura pode ainda ser encarado como a tradução dos efeitos de instabilidade que ocorrem no pórtico todo, para um elemento individual sujeito a esforços de compressão.

Assim, para um dado elemento i , admitindo que se conhece a carga crítica do pórtico (P_{cr}), pode escrever-se

$$L_{E,i} = \pi \sqrt{(EI)/N_i} \quad (3.5)$$

Onde N_i é o valor de esforço axial no elemento i , quando a carga actuante corresponde à carga crítica do pórtico; e EI a rigidez de flexão da secção transversal do elemento, no plano condicionante de encurvadura.

Repare-se que contrariamente ao caso de uma coluna isolada, onde o seu comprimento de encurvadura depende apenas da sua geometria, no caso de colunas integradas em pórticos, o comprimento de encurvadura não depende só da geometria da mesma, mas também do carregamento que actua no pórtico.

Colunas que se encontrem inseridas em pórticos, têm geralmente como condições de apoio, situações intermédias relativamente às condições de apoio “perfeitas” que se ilustram na Figura 3.1. Os deslocamentos e as rotações de colunas inseridas em pórticos não se encontram nem totalmente livres nem totalmente restringidos, estando numa situação intermédia, onde os seus deslocamentos e/ou rotações se encontram parcialmente restringidos.

Estas condições de apoio que restringem parcialmente deslocamentos e/ou rotações, podem ser representadas, no seu caso mais simples, por uma coluna onde as suas condições de apoio são caracterizadas pela existência de molas (de translação e de rotação) com uma dada rigidez, como apresentado na Figura 3.2.

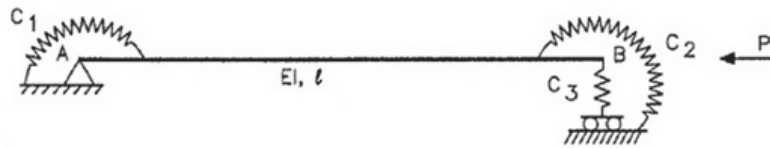


Figura 3.2: Coluna com apoios elásticos [29].

Onde a rigidez de cada mola, C_i pode ser escrita da seguinte forma:

$$C_1 = \rho_1 \frac{EI}{\ell} \quad C_2 = \rho_2 \frac{EI}{\ell} \quad C_3 = \rho_3 \frac{EI}{\ell^3} \quad (3.6)$$

Por simplicidade ou por falta de adequadas ferramentas de cálculo, o dimensionamento de estruturas metálicas porticadas sujeitas a esforços de compressão é usualmente feito através de métodos “indirectos” e não através de uma análise apropriada de estabilidade (que inclui procedimentos sequenciais e iterativos).

As análises de estabilidade por exemplo, envolvem a avaliação expedita do comprimento de encurvadura de barras incorporadas num dado pórtico, o que implica a determinação prévia da carga crítica do pórtico, de modo a se poder quantificar o esforço normal nas barras em questão, para posteriormente se determinar os respectivos comprimentos de encurvadura, através da Equação (3.5).

Assim, é frequente o recurso a métodos simplificados que tentem estimar correctamente o comprimento de encurvadura de colunas com deslocamentos e rotações parcialmente restringidos. Ao adoptarem-se métodos aproximados de quantificação do comprimento de encurvadura, não existe necessidade de efectuar cálculos tão complexos por parte dos Projectistas, o que torna mais prático o dimensionamento de estruturas metálicas correntes.

Nos métodos aproximados é analisada a estabilidade de uma subestrutura constituída pela barra que se pretende analisar e pelas barras que lhe são adjacentes, em detrimento de se analisar o pórtico todo. Estes métodos apresentam geralmente uma maior facilidade de cálculo, e são normalmente apresentados na forma de ábacos de dimensionamento de fácil interpretação, que fornecem resultados aproximados dos comprimentos de encurvadura ditos “exactos”.

É no entanto necessário ter algumas precauções na utilização deste tipo de métodos. De um modo geral estes métodos conduzem a resultados mais próximos dos resultados exactos, quanto melhor representarem a estrutura que se pretende analisar. Na prática, estes métodos fornecem bons resultados quando são aplicados a “pórticos rectangulares” constituídos por barras uniformes. É também importante realçar que [29]:

- i Os resultados provenientes dos métodos aproximados coincidem com os resultados “exactos” quando o valor do parâmetro de rigidez ϕ é o mesmo para todas as barras comprimidas. Esse parâmetro de rigidez pode ser definido como:

$$\phi = \sqrt{EI/NL^2} \quad (3.7)$$

- ii Caso o valor do parâmetro de rigidez não seja igual para todas as barras, é necessário definir barras “críticas” e barras “não críticas”. São consideradas barras críticas aquelas que apresentam um valor mais baixo do parâmetro ϕ (ou seja, as barras cujo comportamento é condicionante na instabilização do pórtico). De um modo geral, os métodos aproximados sobrestimam o comprimento de encurvadura das barras críticas, e subestimam o das barras não críticas.
- iii Quando as barras adjacentes à barra considerada estiverem sujeitas a esforços de compressão resultantes de um carregamento proporcional, é necessário efectuar processos iterativos para a determinação do comprimento de encurvadura da barra.

Os métodos aproximados têm também a capacidade de geralmente fornecer estimativas conservativas de cargas críticas de pórticos, a partir dos comprimentos de encurvadura determinados através destes mesmos métodos. Caso todas as barras comprimidas sejam críticas, isto é, apresentem o mesmo valor do parâmetro de rigidez anteriormente referido, os valores obtidos são os valores exactos [29].

A versão preliminar do Eurocódigo 3 [11] indicava o método de Wood [37] como possível método simplificado para calcular o comprimento de encurvadura de colunas inseridas em

pórticos. Contudo, a Norma Portuguesa em vigor para estruturas de aço [4] não dá nenhuma sugestão sobre o método a utilizar, ficando ao critério de cada projectista a escolha do método mais adequado.

Apresentam-se de seguida alguns dos métodos simplificados mais correntemente utilizados para determinação do comprimento de encurvadura de barras comprimidas inseridas em pórticos.

3.2 Método de Wood

O método de Wood consiste em avaliar a relação entre o comprimento de encurvadura de uma coluna (L_E) e o seu comprimento real (L), através de dois coeficientes de distribuição de rigidez distintos, η_1 e η_2 .

Os coeficientes de distribuição de rigidez providenciam uma maneira de contabilizar a restrição à rotação que as barras concorrentes com a barra que se está a analisar introduzem nos seus nós extremos (nó 1 e nó 2). Estes coeficientes dependem da geometria, não só da coluna que se está a analisar, mas também das colunas e vigas adjacentes, como se pode verificar na Figura 3.3.

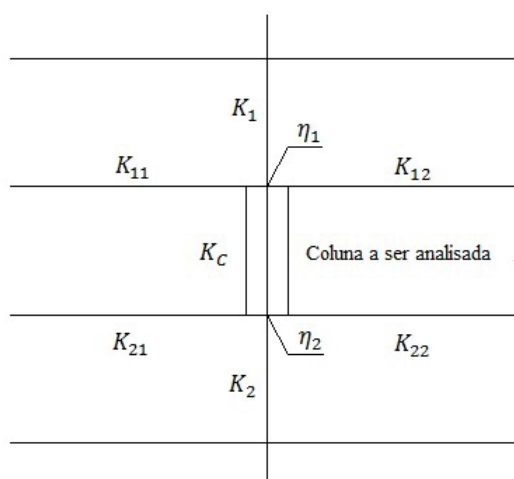


Figura 3.3: Coluna analisada segundo o método de Wood.

Os valores dos coeficientes de distribuição η_1 e η_2 são dados pelas seguintes expressões:

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad (3.8)$$

$$\eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}} \quad (3.9)$$

Onde K_c é o coeficiente de rigidez da coluna a analisar, obtido através da relação I/L , K_1 e K_2 são os coeficientes de rigidez das colunas adjacentes, também obtidos através da relação I/L para cada uma das colunas, e K_{ij} os coeficientes de rigidez de cada uma das vigas adjacentes.

Ao analisar a anterior figura, observa-se a influência das barras adjacentes na barra a analisar, e a importância que estas vão ter na determinação dos coeficientes de distribuição η_1 e η_2 .

Os coeficientes K_{ij} de cada uma das vigas adjacentes, são dependentes das condições de apoio da viga na extremidade oposta à que se está a analisar. Na Tabela 3.1 apresentam-se os valores dos coeficientes de rigidez K_{ij} para vigas com diferentes tipos de apoio na extremidade oposta, onde o seu esforço axial é nulo ou considerado como desprezável.

Tabela 3.1: Coeficientes de rigidez K_{ij} para vigas com esforço axial desprezável [11]

Restrições de rotação da viga na extremidade oposta	Coeficiente de rigidez K_{ij}
Encastrada	$1.00 I/L$
Rotulada	$0.75 I/L$
Igual Rotação (Dupla Curvatura)	$1.50 I/L$
Igual Rotação mas em sentido oposto (Curvatura Simples)	$0.50 I/L$
Caso Geral (θ_a junto ao pilar e θ_b na extremidade oposta)	$(1.00 + 0.5(\theta_a + \theta_b)) I/L$

Em edifícios porticados com lajes de betão, admitindo que a estrutura do pórtico é regular e o seu carregamento uniforme, é normalmente aceitável assumir que os coeficientes de rigidez das vigas K_{ij} são os dados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Coeficientes de rigidez K_{ij} em vigas onde apoiam lajes de betão [11]

Condições de carregamento das vigas	Coeficiente de rigidez K_{ij} Pórticos contraventados	Coeficiente de rigidez K_{ij} Pórticos não contraventados
Vigas onde apoiam lajes de betão	$1.00 I/L$	$1.00 I/L$
Outras vigas com cargas directas	$0.75 I/L$	$1.00 I/L$
Vigas apenas com momentos de extremidade	$0.50 I/L$	$1.50 I/L$

Quando as vigas estão sujeitas a esforços axiais não desprezáveis, os seus coeficientes de rigidez devem ser ajustados de modo contabilizar a rigidez efectiva das vigas. Uma simples aproximação (conservativa), de modo a ter em consideração o efeito do esforço axial no coeficiente de rigidez das vigas, consiste em desprezar o aumento de rigidez caso a viga

esteja sujeita a esforços de tracção, mas diminuí-la caso esta esteja sujeita a esforços de compressão. Podem ser adoptadas formulações aproximadas para se efectuar a redução dos coeficientes de rigidez, como as mostradas na Tabela 3.3.

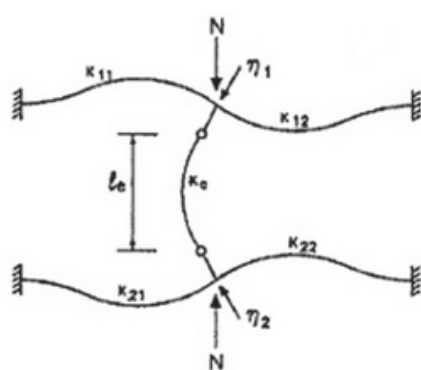
Tabela 3.3: Coeficientes de rigidez K_{ij} para vigas com esforço axial não desprezável [11]

Restrições de rotação da viga na extremidade oposta	Coeficiente de rigidez K_{ij}
Encastrada	$1.00 I/L (1 - 0.40N/N_E)$
Rotulada	$0.75 I/L (1 - 0.40N/N_E)$
Igual Rotação (Dupla Curvatura)	$1.50 I/L (1 - 0.40N/N_E)$
Igual Rotação mas em sentido oposto (Curvatura Simples)	$0.50 I/L (1 - 0.40N/N_E)$

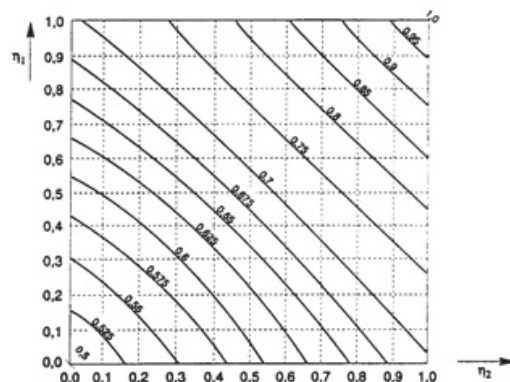
Onde N_E é respeitante à viga, e definido como:

$$N_E = \pi^2 EI / L^2 \quad (3.10)$$

Wood desenvolveu ábacos para a determinação de valores da relação L_E/L , em função dos dois coeficientes de distribuição η_1 e η_2 , para duas situações distintas. O primeiro ábaco, desenvolvido para situações onde a estrutura não possui deslocamentos laterais nos nós, está representado na Figura 3.4. Na mesma figura apresenta-se também o modelo estrutural que está na base do desenvolvimento do método.



(a) Modelo estrutural para pórticos contraventados



(b) Ábaco Wood para pórticos contraventados

Figura 3.4: Modelo estrutural e ábaco de Wood correspondente para pórticos contraventados

O modelo estrutural desenvolvido para pórticos com deslocamentos laterais nos nós, bem como o ábaco associado, apresenta-se de seguida na Figura 3.5.

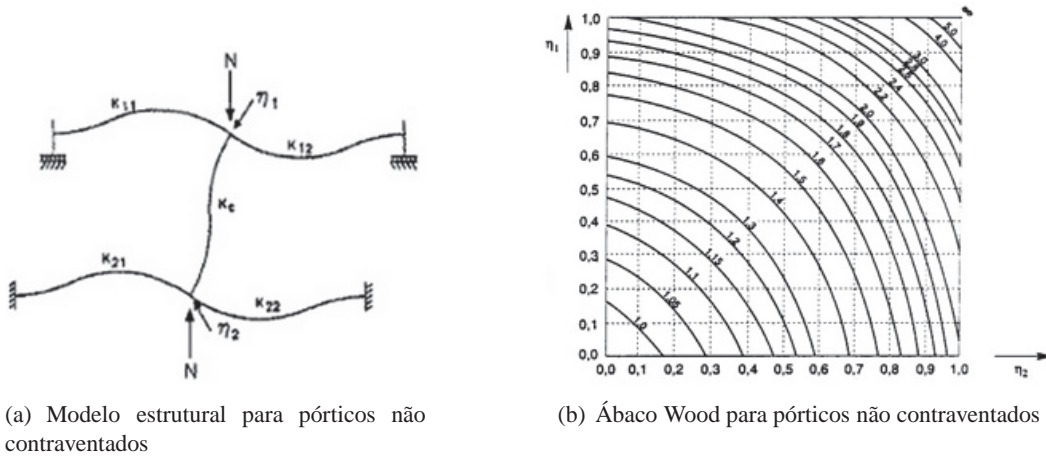


Figura 3.5: Modelo estrutural e ábaco de Wood correspondente para pórticos não contraventados

Alternativamente à utilização dos ábacos anteriores, a relação L_E/L pode ainda ser determinada com recurso às seguintes expressões [11]:

i Pórticos contraventados (sem deslocamentos laterais nos nós)

$$L_E/L = 0.50 + 0.14(\eta_1 + \eta_2) + 0.055(\eta_1 + \eta_2)^2 \quad (3.11)$$

Ou alternativamente,

$$L_E/L = \frac{1 + 0.145(\eta_1 + \eta_2) - 0.265\eta_1\eta_2}{2 - 0.364(\eta_1 + \eta_2) - 0.247\eta_1\eta_2} \quad (3.12)$$

ii Pórticos não contraventados (com deslocamentos laterais nos nós)

$$L_E/L = \left[\frac{1 - 0.20(\eta_1 + \eta_2) - 0.12\eta_1\eta_2}{1 - 0.80(\eta_1 + \eta_2) + 0.60\eta_1\eta_2} \right]^{0.5} \quad (3.13)$$

Note-se que no primeiro ábaco, correspondente a modos de instabilidade sem deslocamentos laterais, a relação L_E/L varia entre 0 e 1, enquanto que no caso em que existem deslocamentos laterais nos nós, a relação varia de 1 até infinito.

O método de Wood é um método aproximado que tem como característica a sua fácil aplicação, que fornece através de ábacos ou fórmulas simplificadas, uma estimativa do comprimento de encurvadura de colunas inseridas em pórticos, sujeitas a esforços de compressão.

3.3 Método de Alinhamento Gráfico

Este método simplificado, desenvolvido por Julian e Lawrence em 1959 [23], consiste em: através de gráficos de alinhamento, função dos coeficientes de rigidez das colunas e vigas que se encontram rigidamente ligadas aos dois nós da coluna em análise, determinar o comprimento de encurvadura de colunas inseridas em pórticos.

Este método foi adoptado por diversas entidades internacionais como o método simplificado preferencial para o cálculo do comprimento de encurvadura de colunas de elementos porticados. Entre elas destacam-se o American Institute of Steel Construction [6], o American Concrete Institute [22], e a American Association of State Highway and Transportation Officials [5].

Os modelos estruturais e as hipóteses simplificativas adoptadas para a elaboração deste método são as seguintes [16]:

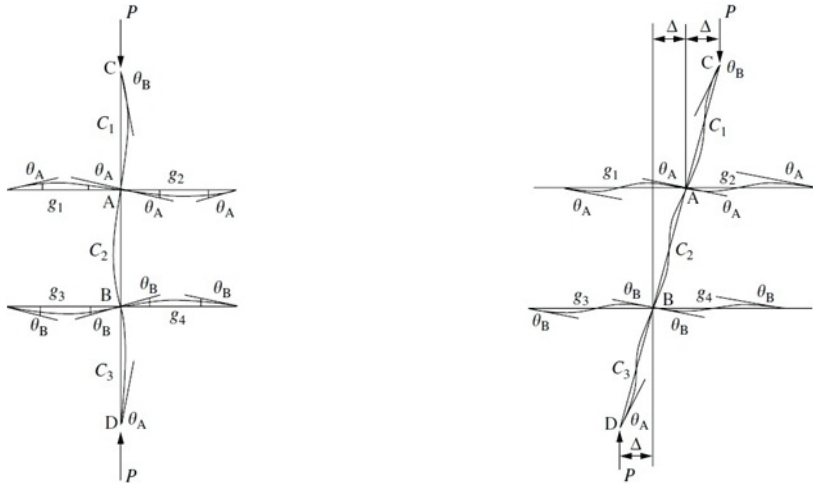
- i Todos os membros têm comportamento elástico e secção transversal constante.
- ii As vigas têm esforço axial desprezável.
- iii Todos os nós têm um comportamento rígido.
- iv Para pórticos sem deslocamentos transversais nos nós (pórticos contraventados), as rotações das vigas são iguais em sentido e magnitude (dupla curvatura).
- v Para pórticos com deslocamentos transversais nos nós (pórticos não contraventados), as rotações das vigas são iguais em magnitude, mas com sentidos opostos (curvatura simples).
- vi O parâmetro de rigidez $L\sqrt{P/EI}$ toma o mesmo valor para todas as colunas constituintes do pórtico, o que leva a que encurvem simultaneamente.
- vii As restrições dos nós são distribuídas pelas colunas acima e abaixo do nó em questão, pela proporção I/L das duas colunas.

Os modelos estruturais utilizados encontram-se representados na Figura 3.6.

Utilizando funções de estabilidade e o método denominado como “Slope-Deflection”¹, o factor de comprimento de encurvadura K pode ser determinado através das seguintes expressões [18, 20, 12]:

- Para pórticos sem deslocamentos laterais dos nós (contraventados)

¹O “Slope-Deflection Method” é um método de análise estrutural desenvolvido por George A. Maney em 1915. Este é um método geral, que tem como objectivo ser utilizado na análise de estruturas hiperstáticas com ligações rígidas. Este método foi largamente usado até ao aparecimento do “Moment distribution method” desenvolvido por Hardy-Cross [28].



(a) Modelo estrutural para pórticos contraventados (b) Modelo estrutural para pórticos não contraventados

Figura 3.6: Modelos estruturais: Método de alinhamento gráfico

$$\frac{G_A G_B}{4} (\pi/K)^2 + \left(\frac{G_A + G_B}{2} \right) \left(1 - \frac{\pi/K}{\tan(\pi/K)} \right) + \frac{2 \tan(\pi/2K)}{\pi/K} - 1 = 0 \quad (3.14)$$

- Para pórticos com deslocamentos laterais dos nós (não contraventados)

$$\frac{G_A G_B (\pi/K)^2 - 6^2}{6(G_A + G_B)} - \frac{\pi/K}{\tan(\pi/K)} \quad (3.15)$$

Onde

$$G_A = \frac{\sum_A (E_c I_c / L_c)}{\sum_A (E_g I_g / L_g)} \quad (3.16)$$

E

$$G_B = \frac{\sum_B (E_c I_c / L_c)}{\sum_B (E_g I_g / L_g)} \quad (3.17)$$

O símbolo \sum representa o somatório de todos os membros rigidamente ligados à coluna, no plano de encurvadura considerado. Os coeficientes c e g representam colunas e vigas respectivamente.

As expressões anteriores podem ser representadas na forma de gráficos de alinhamento de utilização simples e directa, indicados na Figura 3.7.

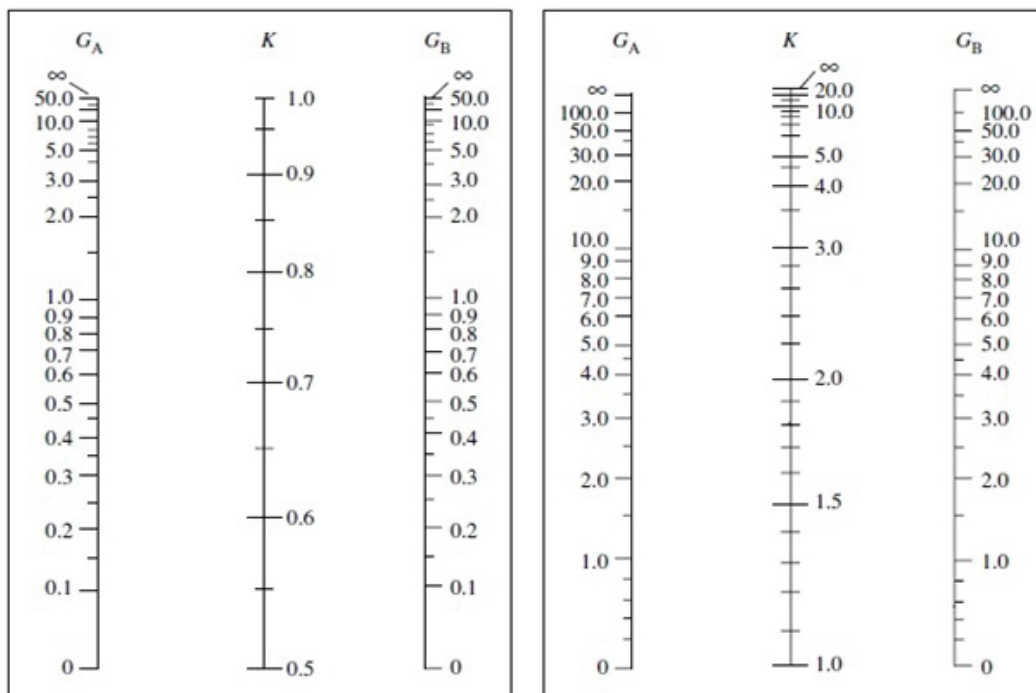


Figura 3.7: Gráficos de alinhamento para pórticos contraventados e não contraventados, respectivamente.

A aplicação deste método consiste em: depois de determinados os dois coeficientes de rigidez G_A e G_B , traçar um segmento de recta entre ambos; o ponto onde o segmento de recta traçado intersecta o eixo central do gráfico de alinhamento considerado, corresponde ao valor do factor de comprimento de encurvadura.

Tal como anteriormente visto nos ábacos de Wood, se não existirem deslocamentos laterais dos nós (casos onde o pórtico é contraventado), o factor de comprimento de encurvadura K pode variar entre 0.5 e 1, enquanto que no caso de pórticos não contraventados, este varia de 1 até infinito.

Devido à grande utilização de folhas de cálculo automático por grande parte dos Projectistas no dimensionamento de estruturas, foram desenvolvidas por diversos autores, diferentes formulações aproximadas para o cálculo do coeficiente K , equivalentes à utilização dos gráficos de alinhamento. Estas fórmulas aproximadas permitem uma maior automatização dos cálculos, e entre elas destacam-se as equações propostas pelo American Concrete Institute [22], as de Duan-King-Chen [15], as equações francesas incorporadas no European Recommendations for Steel Construction [17], a equação de Donnel para pórticos

contraventados, publicada em 1988 por Rondal [31] e as equações de Newmark [27], podendo estas ser consultadas na literatura da especialidade.

Capítulo 4

Sistemas e Requisitos de Contraventamento

Nas análises de estabilidade efectuadas no dimensionamento de estruturas metálicas, uma das grandes decisões a tomar por parte dos Projectistas é a consideração de efectuar a análise da estrutura considerando-a como contraventada ou como não contraventada. Nas estruturas actuais, apesar de existirem, dificilmente se consegue obter uma estrutura onde os deslocamentos laterais nos nós sejam nulos. Em termos práticos não é necessário que estes deslocamentos sejam nulos para a estrutura ser considerada como contraventada. Isto é, desde que a rigidez lateral que o sistema de contraventamento providencia à estrutura supere um determinado valor mínimo, a estrutura pode ser considerada como contraventada.

Neste capítulo da dissertação dar-se-á ênfase aos sistemas de contraventamento mais correntemente utilizados na construção de estruturas metálicas, explicar-se-á o porquê da sua utilização, e que requisitos estes têm que possuir para na realidade se considerar o pórtico como contraventado (sem deslocamentos laterais nos nós).

Um sistema de contraventamento de estruturas porticadas tem como principal objectivo providenciar resistência e rigidez a acções laterais que possam solicitar a estrutura, bem como aumentar a resistência dos diferentes membros individuais do pórtico a deformações que possam ocorrer.

4.1 Sistemas de Contraventamento

Existem quatro diferentes classificações quanto aos tipos de contraventamento utilizados para controlar a instabilidade de um pórtico [40].

4.1.1 Sistemas de contraventamento relativos

Os sistemas de contraventamento relativos têm a capacidade de prevenir o movimento lateral de andares adjacentes do pórtico. Isto é, todos os pontos adjacentes ao longo de

todo o comprimento de um elemento vertical sofrem uma significativa redução do seu deslocamento lateral, relativamente à não existência de um elemento de contraventamento. Estes podem ser identificados pela propriedade que possuem de, ao se efectuar um corte horizontal em qualquer ponto da estrutura, este vai sempre intersectar o sistema de contraventamento. Um caso comum deste tipo de contraventamento é o caso da utilização de elementos de contraventamento diagonais, que servem para prevenir que o pórtico tenha elevados deslocamentos laterais.

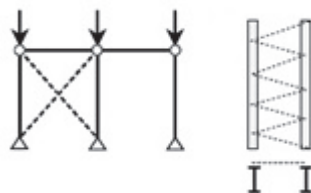


Figura 4.1: Sistema de contraventamento relativo [40].

4.1.2 Sistemas de contraventamento discretos ou nodais

No caso dos sistemas de contraventamento discretos, o controlo dos deslocamentos laterais da estrutura é efectuado em pontos específicos, isto é, em determinados nós, e esse controlo só ocorre nos pontos onde o sistema de contraventamento entra em contacto com a estrutura. Utilizando o mesmo critério dos sistemas de contraventamento relativos, ao efectuar-se um corte na estrutura, o corte não passa obrigatoriamente no elemento de contraventamento; daí o contraventamento não ser considerado relativo, mas sim discreto. Um diafragma existente entre duas vigas adjacentes é um exemplo de um sistema de contraventamento discreto.

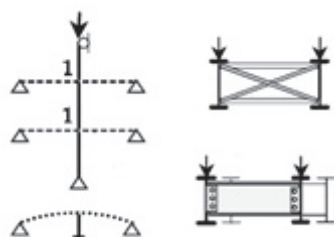


Figura 4.2: Sistema de contraventamento discreto [40].

4.1.3 Sistemas de contraventamento contínuos

Os sistemas de contraventamento contínuos são caracterizados pela propriedade de não existir nenhum ponto do elemento que se pretende contraventear que não esteja em contacto

com o sistema de contraventamento. Exemplos deste tipo de contraventamento são chapas metálicas ligadas a colunas ou chapas metálicas que fornecem contraventamento a duas vigas numa laje mista, como ilustrado na Figura 4.3.

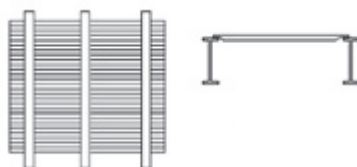


Figura 4.3: Sistema de contraventamento contínuo [40].

4.1.4 Sistemas de contraventamento apoiados

Nos sistemas de contraventamento apoiados, uma viga ou coluna apoia-se num outro elemento estrutural adjacente para garantir o contraventamento necessário. Elementos que se encontrem ligados entre si, e cuja instabilização de um deles provoque a instabilização de outro com os mesmos deslocamentos laterais, encontram-se num sistema de contraventamento apoiado. Um exemplo deste tipo de contraventamento pode ser visualizado na Figura 4.4, onde num modo em que a instabilização provoca deslocamentos transversais no pórtico, o elemento B apoia-se no elemento A, o que equivale a dizer que o elemento A serve de contraventamento ao elemento B.

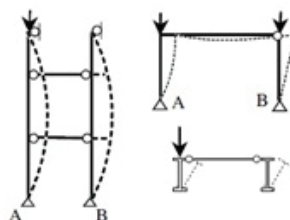


Figura 4.4: Sistema de contraventamento apoiado [40].

Os sistemas de contraventamento mais comuns em estruturas metálicas porticadas são os sistemas de contraventamento relativos. Nas figuras seguintes, apresentam-se dois exemplos tipo deste tipo de contraventamento: um deles efectuado com recurso a uma estrutura treliçada, e outro através de uma parede resistente.

Vai-se prestar nesta dissertação especial atenção ao tipo de contraventamento que utiliza uma estrutura treliçada para evitar deslocamentos laterais do pórtico, tal como mostrado na Figura 4.5.

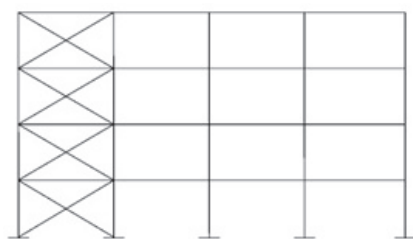


Figura 4.5: Sistema de contraventamento treliçado [30].

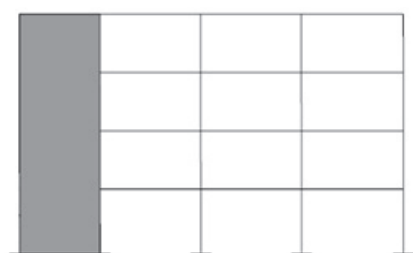


Figura 4.6: Sistema de contraventamento através de uma parede resistente [30].

Quando se pretende utilizar como sistema de contraventamento uma estrutura treliçada inserida num pórtico, é possível separar a estrutura em duas partes distintas. Quando as ligações entre os elementos estruturais do pórtico são ligações simples (rotuladas), a distinção entre as diferentes funções estruturais das subestruturas é simples de efectuar. A primeira subestrutura constituída pelo sistema de contraventamento, tem como função resistir a cargas horizontais, ficando a segunda subestrutura com o papel de resistir aos carregamentos verticais.

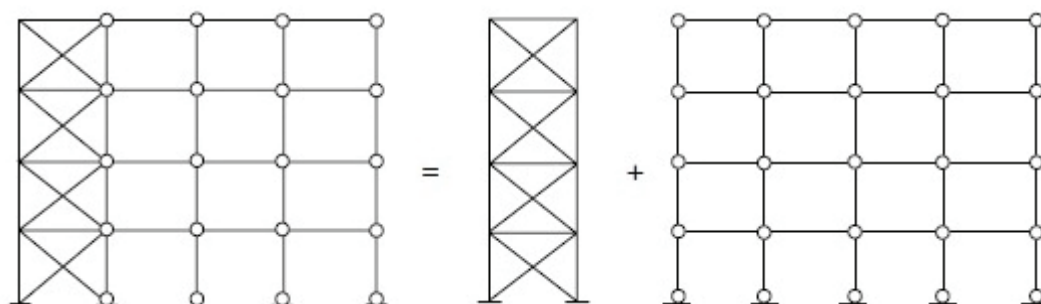


Figura 4.7: Divisão do pórtico com ligações simples em duas subestruturas [30].

Caso as ligações existentes no pórtico sejam consideradas como rígidas, a anterior distinção já não é tão simples de se efectuar, pois a subestrutura com a capacidade de resistir ao carregamento vertical possui também alguma capacidade de resistir a carregamentos

horizontais.

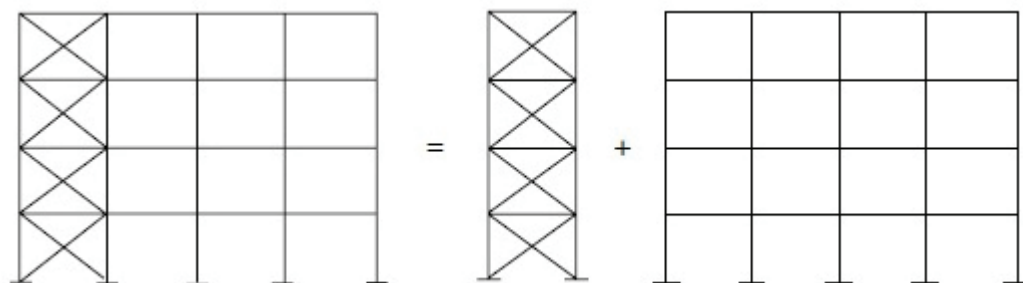


Figura 4.8: Divisão do pórtico com ligações rígidas em duas subestruturas [30].

Ambas as subestruturas mostradas na Figura 4.8 têm capacidade de resistir a carregamentos horizontais, mas há que ter em atenção que, para esses carregamentos, a subestrutura com elementos de contraventamento possui uma capacidade resistente superior à estrutura porticada sem sistema de contraventamento. É então geralmente adoptada a hipótese simplificativa que praticamente todo o carregamento horizontal a actuar na estrutura será suportado pela subestrutura constituída pelo sistema de contraventamento [30].

4.2 Requisitos de Contraventamento

4.2.1 Eurocódigo 3

A anterior versão do EC3 [2] adoptava como requisito de contraventamento um critério bastante simples, que consistia em considerar a estrutura como contraventada caso o sistema de contraventamento tivesse a capacidade de reduzir os deslocamentos horizontais da estrutura em pelo menos 80%.

Considerando δ o deslocamento da estrutura com sistema de contraventamento quando sujeita a uma força concentrada horizontal no topo da estrutura, e δ_0 o deslocamento da mesma estrutura sujeita ao mesmo carregamento, desta vez sem sistema de contraventamento, o critério de contraventamento descrito anteriormente pode ser escrito da seguinte forma:

$$\frac{\delta}{\delta_0} \leq 0.2 \quad (4.1)$$

A estrutura pode então ser considerada como contraventada, caso satisfaça a relação acima descrita.

4.2.2 Theodore V. Galambos

Theodore V. Galambos [19] propôs em 1964 uma metodologia simples e conservativa [16] para o cálculo da rigidez lateral mínima que o sistema de contraventamento deve providenciar ao pórtico para que este possa ser considerado como contraventado. Considerando a rigidez lateral mínima do sistema de contraventamento como T_k , tem-se:

$$T_k = \frac{\sum P_n}{L_c} \quad (4.2)$$

Onde \sum representa o somatório de todas as colunas num piso, P_n é a resistência à compressão axial de cada coluna admitindo um comprimento de encurvadura $L_E = L_c$, sendo L_c o comprimento da coluna.

Galambos [19] aplicou a anterior expressão a um contraventamento diagonal, como o apresentado na Figura 4.9, obtendo a secção transversal mínima que as barras do sistema de contraventamento diagonal têm que possuir para o pórtico ser considerado contraventado.

$$A_b = \frac{[1 + (L_b/L_c)^2]^{3/2} \sum P_n}{(L_b/L_c)^2 E} \quad (4.3)$$

Onde A_b é a área da secção transversal das barras dos elementos de contraventamento diagonal, L_b o comprimento do vão da viga, e L_c a altura da coluna.

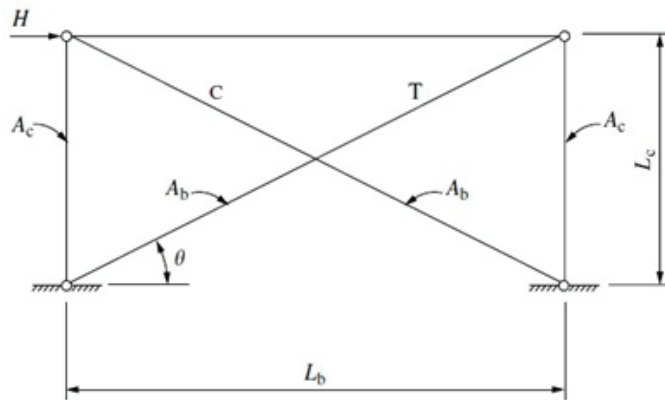


Figura 4.9: Sistema de contraventamento diagonal aplicado a um pórtico simples [16].

4.2.3 Rigidez lateral limite

Tong e Shi [35] definiram em 2001 que a rigidez lateral limite para um pórtico ser considerado contraventado, é a rigidez que o sistema de contraventamento tem que possuir

para que a carga crítica num modo de encurvadura com deslocamentos laterais nos nós seja igual ao correspondente modo sem esses deslocamentos laterais. Tong e Shi determinaram ainda que a maior parte dos valores da rigidez lateral limite se incluem no intervalo de π^2 a $4\pi^2$ [16]. Os autores propõem a seguinte formulação para a determinação da rigidez lateral mínima:

$$T_k = G_{TH} \left(\frac{EI}{L^3} \right)_c \quad (4.4)$$

Onde

$$G_{TH} = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi^2}{K_b^2} - \frac{\pi^2}{K_{ub}^2} \right) \left[\left(\frac{G_A}{G_B} \right)^{0.18} + \left(\frac{G_B}{G_A} \right)^{0.18} \right] \leq 60 \quad (4.5)$$

Onde K_b e K_{ub} são os factores de comprimento de encurvadura para o caso contraventado e não contraventado, respectivamente, e G_A e G_B os coeficientes de rigidez vistos anteriormente no método de Alinhamento Gráfico.

4.2.4 Índices de estabilidade

American Concrete Institute

O ACI [22] permite assumir que uma coluna inserida numa estrutura é considerada como contraventada, caso o aumento dos momentos provocados pelos efeitos de segunda ordem (efeitos $P - \Delta$) não exceda 5% dos momentos de primeira ordem. Uma alternativa a este critério, também fornecida pelo ACI, é baseada no índice de estabilidade de um piso. Um piso de uma estrutura pode ser considerado como contraventado se o índice de estabilidade Q , satisfizer a seguinte condição:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_u L_c} \leq 0.05 \quad (4.6)$$

Onde $\sum P_u$ é a carga vertical total do piso que se está a considerar; V_u a carga lateral desse mesmo piso; Δ_0 é o deslocamento relativo entre o topo e a base de cada piso, devido a V_u , quando efectuada uma análise de primeira ordem; e L_c o comprimento do membro sujeito a esforços de compressão.

Menon

Menon [26] utilizando uma formulação que assumiu desde o início como aproximada [16], propôs que se o índice de estabilidade Q fosse menor ou igual a 0.02, a estrutura estaria adequadamente contraventada. No entanto, se Q excedesse o valor de 0.06, a estrutura seria considerada como não contraventada. Qualquer situação intermédia, onde $0.02 < Q \leq 0.06$ estaria no caso onde a estrutura é considerada como parcialmente contraventada.

Quando tal acontece, Menon propôs a seguinte formulação para o cálculo do factor de comprimento de encurvadura K .

$$K = K_{ub} - q_x (K_{ub} - Kb) \quad (4.7)$$

$$q_x = \begin{cases} 1 & \text{se } Q \leq 0.02 \\ 1 - 0.5(Q/0.02 - 1)^2 & \text{se } 0.02 < Q \leq 0.04 \\ 0.5(3.0 - Q/0.02)^2 & \text{se } 0.04 < Q \leq 0.06 \\ 0.0 & \text{se } Q > 0.06 \end{cases} \quad (4.8)$$

Onde K_{ub} e K_b são os factores de comprimento de encurvadura determinados através do Método de Alinhamento Gráfico para o caso não contraventado e contraventado, respectivamente.

4.2.5 British Code

O British Code: BS5950: Part1 [1], indica um procedimento simples, para distinguir se um pórtico é considerado como contraventado ou como não contraventado, baseado em 5 passos distintos.

1. O primeiro passo consiste em aplicar cargas horizontais nodais ao pórtico. As cargas devem ser cerca de 0.5% das cargas verticais totais do pórtico. Estas são aplicadas separadamente das restantes cargas actuante do pórtico.
2. De seguida efectua-se uma análise de primeira ordem ao pórtico, e avalia-se o deslocamento relativo de cada piso do mesmo, definido como δ .
3. Se o pórtico não possuir nenhum tipo de revestimento que forneça restrição à movimentação das colunas, este pode ser considerado como contraventado, se o deslocamento relativo entre pisos estiver abaixo do seguinte limite:

$$\delta < \frac{h}{4000} \quad (4.9)$$

Onde h é a altura do piso, para cada piso.

4. Se o pórtico possuir algum tipo de revestimento¹ que forneça restrição à movimentação das colunas, mas a análise for efectuada apenas com a estrutura do pórtico, em reconhecimento da restrição providenciada pelo revestimento, a anterior condição altera-se, ficando o pórtico a considerar-se como contraventado se:

$$\delta < \frac{h}{2000} \quad (4.10)$$

¹Em Inglês o termo associado é “Cladding”

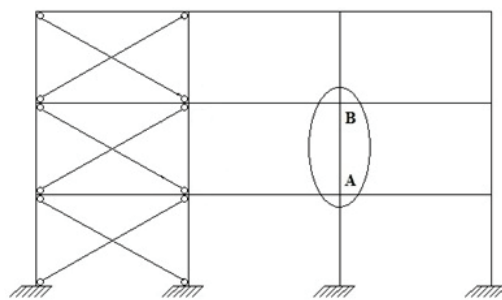
Onde h mantém-se como a altura do piso, para cada piso.

5. Todos os pórticos que não estejam de acordo com os critério definidos pelas Equações (4.9) e (4.10) são considerados como não contraventados.

Capítulo 5

Pórticos Parcialmente Contraventados

No caso de pórticos reais com sistemas de contraventamento, onde os nós do pórtico não estão totalmente livres de se deslocarem lateralmente, nem totalmente restringidos, uma maneira distinta de se avaliar o comprimento de encurvadura das colunas neles inseridas, é considerar a coluna que se pretende analisar como uma coluna isolada com apoios elásticos nas suas extremidades. Estes apoios elásticos podem ser representados por molas equivalentes de translação e rotação, que simulam a influência sobre a coluna em análise do sistema de contraventamento e das vigas e colunas adjacentes. Na Figura 5.1 apresenta-se um pórtico simples com um sistema de contraventamento em X¹, onde os deslocamentos nos nós se encontram parcialmente restringidos e onde se realça uma coluna a analisar por meio de um modelo de coluna isolada com apoios elásticos.



(a) Pórtico com cruces de Santo André



(b) Modelo da coluna com apoios elásticos

Figura 5.1: Pórtico com coluna a ser analisada e correspondente coluna com apoios elásticos.

Os apoios elásticos a considerar na coluna em questão devem ter coeficientes de rigidez

¹Usualmente denominado cruz de Santo André

tais (c_1 , c_2 e c_3) que simulem adequadamente as restrições relativas às rotações e aos deslocamentos que o sistema de contraventamento, as vigas, e as colunas adjacentes provocam na coluna. Admite-se que o nó A tem totalmente restringido o seu deslocamento lateral, pois apesar de na realidade esse nó se movimentar lateralmente, apenas o deslocamento relativo entre os nós A e B é relevante para a deformação da coluna. No entanto as duas vigas convergentes no nó A providenciam também uma restrição parcial à rotação desse mesmo nó. Essa participação na restrição da rotação é contabilizada na mola de rotação com rigidez c_3 .

No nó B, as restrições quanto à rotação mantêm-se, existindo igualmente nesse nó uma mola helicoidal que restringe parcialmente a rotação do mesmo. A existência de uma mola de translação nesse mesmo ponto deve-se ao facto da translação do nó B, relativamente ao nó A não ser totalmente livre, pois o sistema de contraventamento contribui para restringir o deslocamento lateral do nó. Essa restrição é então representada por uma mola de translação com rigidez c_2 .

Na Figura 5.2 está representada o primeiro modo de instabilidade do pórtico anterior e da coluna AB. Pode-se verificar que, apesar de existir deslocamento lateral no nó A, este não é contabilizado na análise da coluna AB, sendo o deslocamento transversal total da coluna a diferença entre o deslocamento lateral do nó B, e o deslocamento lateral do nó A. Considera-se portanto no modelo de cálculo da coluna AB, uma coluna isolada com apoios elásticos, onde não existe deslocamento transversal do nó A. Verifica-se também nesta figura a influência que o sistema de contraventamento tem nos deslocamentos laterais dos nós, e a influência que as vigas adjacentes ao nó A e B têm na rotação dos respectivos nós. É pois de extrema importância considerar a existência das duas molas de rotação nas extremidades da coluna.

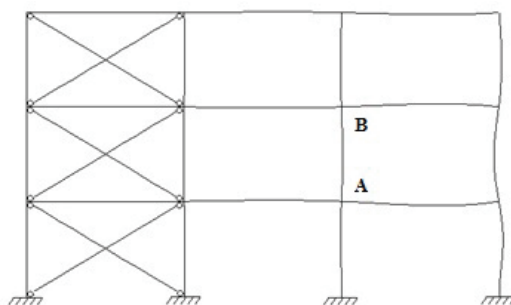


Figura 5.2: Pórtico com sistema de contraventamento, em posição deformada.

Ao tomar como modelo para analisar o comprimento de encurvadura da coluna AB uma coluna isolada com apoios elásticos, há dois factores que influenciam a precisão dos valores que se obtêm para o comprimento de encurvadura. São estes: a correcta definição dos parâmetros de rigidez das duas molas de rotação, que dependem da rigidez das ligações

existentes entre os nós da coluna e as vigas que coincidem com cada um dos nós; e a deformabilidade lateral do pórtico, que condiciona a existência de momentos de segunda ordem, e determina se o pórtico instabiliza num modo com ou sem deslocamentos laterais [21].

Assim, é de grande interesse proceder ao estudo de pórticos com deslocamentos parcialmente restringidos, de modo a se conseguir definir correctamente o comprimento de encurvadura de colunas de pórticos que não se inserem nos casos mais simples de completamente contraventados ou não contraventados.

5.1 Formulação proposta por Charis J. Gantes e Elia Voyagaki

5.1.1 Modelo estrutural

O trabalho desenvolvido por Gantes e Voyagaki [21] tem por base o modelo da coluna isolada com apoios elásticos mostrados na Figura 5.1 b) e a equação diferencial que rege o problema de uma coluna em compressão simples, mostrada na Equação (5.1).

$$w''''(x) + k^2 w'' = 0 \quad (5.1)$$

Onde w representa o deslocamento transversal da coluna, e o símbolo $'$ representa a derivada desse deslocamento em ordem à coordenada longitudinal da coluna. Tem-se também que:

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI_c}} = \frac{\pi}{\beta \cdot h} \quad (5.2)$$

Aplicando correctamente as condições de fronteira do problema aos nós superior e inferior da coluna, a equação de estabilidade da coluna é obtida impondo o determinante da equação de estabilidade igual a zero.

$$\begin{vmatrix} k & \frac{k^2}{c_1^*} & 1 \\ \frac{k^2}{c_3^*} \sin kh - k \cos kh & \frac{k^2}{c_3^*} \cos kh - k \sin kh & -1 \\ \sin kh & \cos kh - 1 & h - \frac{k^2}{c_2^*} \end{vmatrix} = 0 \quad (5.3)$$

Onde,

$$c_i^* = \frac{c_i}{EI_c}, i = 1, 2, 3 \quad (5.4)$$

Representam os coeficientes adimensionais de rigidez das molas.

Voyagaki [36] mostrou que os coeficientes de distribuição utilizados no método de Wood, η_1 e η_2 , podem ser relacionados com os factores c_i^* através das seguintes expressões:

$$c_i^* = \frac{4(1 - \eta_j)}{\eta_j} \frac{1}{h}, (i, j) = (1, 1) \text{ ou } (3, 2) \quad (5.5)$$

Estes coeficientes podem ainda ser expressos em termos da rigidez das molas da seguinte forma.

$$\eta_j = \frac{4}{4 + c_i^* h}, (i, j) = (1, 1) \text{ ou } (3, 2) \quad (5.6)$$

Definem-se então os seguintes coeficientes:

$$\bar{c}_{1,3} = c_{1,3}^* \cdot h = c_{1,3} \cdot h / EI_c \quad (5.7)$$

$$\bar{c}_2 = c_2^* \cdot h^3 = c_2 \cdot h^3 / EI_c \quad (5.8)$$

Introduzindo as expressões acima na Equação (5.1) obtém-se a seguinte expressão para o factor de comprimento de encurvadura $\beta = L_E / L$.

$$\begin{aligned} & -32\beta^5 \bar{c}_2 (\eta_1 - 1)(\eta_2 - 1) + \\ & 4\beta \left[8\beta^4 \bar{c}_2 (\eta_1 - 1)(\eta_2 - 1) + \beta^2 \bar{c}_2 (\eta_1 + \eta_2 - 2\eta_1 \eta_2) \pi^2 - (\eta_1 + \eta_2 - 2\eta_1 \eta_2) \pi^4 \right] \\ & \cos \frac{\pi}{\beta} + \pi \left[4\beta^4 \bar{c}_2 (4 - 5\eta_1 - 5\eta_2 + 6\eta_1 \eta_2) - 16\beta^2 \pi^2 (1 - \eta_1 - \eta_2 + \eta_1 \eta_2) \right. \\ & \left. - \beta^2 \pi^2 \bar{c}_2 \eta_1 \eta_2 + \pi^4 \eta_1 \eta_2 \right] \sin \frac{\pi}{\beta} = 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Introduzindo os correspondentes valores dos coeficientes η_1 e η_2 e \bar{c}_2 na expressão (5.9), esta pode ser resolvida em ordem a β , com recurso a métodos numéricos (método de Newton-Raphson por exemplo), conseguindo-se assim determinar o valor de β .

Diversos gráficos foram traçados pelos autores desta formulação, obtendo-se através da resolução numérica da expressão (5.9) gráficos diferentes dos propostos no Anexo E da versão inicial da parte 1.1 do EC3 para determinação do factor de encurvadura definido por Gantes como β [11]. Estes podem ser visualizados na Figura 5.3.

De facto, os gráficos do antigo EC3 baseados no trabalho de Wood [37], contemplam apenas duas situações, pórtico não contraventado (com deslocamentos laterais dos nós) e contraventado (sem deslocamentos laterais dos nós).

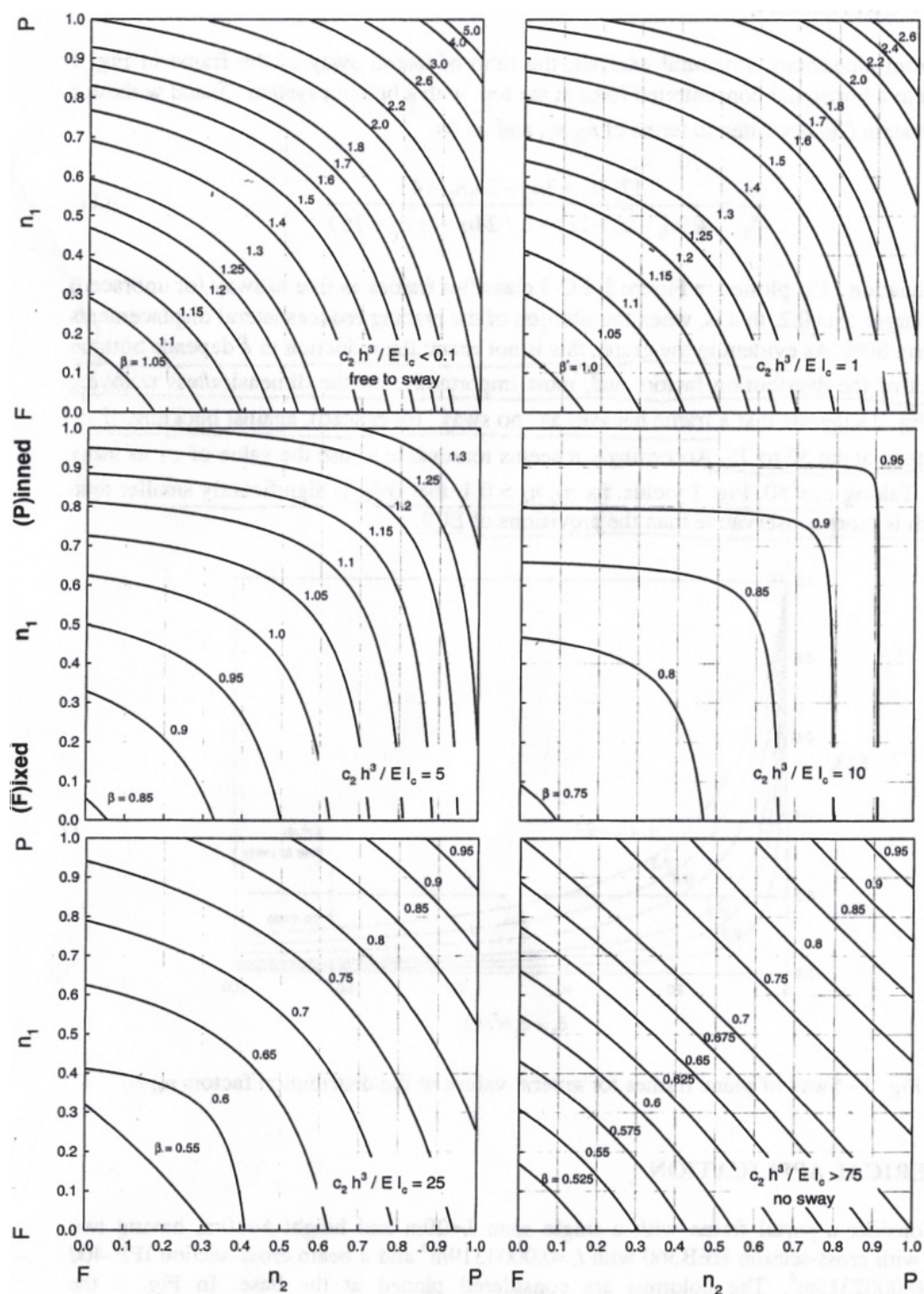


Figura 5.3: Factor do comprimento de encurvadura β , para diferentes valores da rigidez lateral c_2 [21].

De qualquer modo, caso se defina o valor da rigidez da mola de translação $\bar{c}_2 = 0$, de modo a permitir os deslocamentos laterais dos nós, ou se tome $\bar{c}_2 = \infty$, de modo a restringir por completo os deslocamentos transversais dos nós, esta formulação coincide com a proposta na pré-norma do EC3.

Como visto anteriormente para um pórtico real com sistema de contraventamento, o parâmetro de rigidez da mola de translação \bar{c}_2 não corresponde a nenhum dos casos extremos, pois o deslocamento lateral das colunas está apenas parcialmente restringido.

Assume então bastante relevância, para o estudo do comprimento de encurvadura de colunas inseridas em pórticos reais, a correcta definição da deformabilidade transversal do pórtico e o modo como o comprimento de encurvadura é influenciado por essa deformabilidade.

5.1.2 Critério de contraventamento

A formulação proposta assume um critério de contraventamento bastante distinto dos critérios anteriormente apresentados na Secção 4.2. Os autores indicam que a relação entre o deslocamento do pórtico quando sujeito a uma força horizontal concentrada no topo do pórtico, considerando o sistema de contraventamento (δ) e sem sistema de contraventamento (δ_0), pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{12(3\eta_1 + 3\eta_2 - 2\eta_1\eta_2 - 4)}{4(9\eta_1 - \bar{c}_2 - 12) - \eta_2(24\eta_1 - \eta_1\bar{c}_2 - 36)} \quad (5.10)$$

No gráfico mostrado de seguida são traçadas diferentes curvas da relação entre δ/δ_0 e o parâmetro \bar{c}_2 , consoante os coeficientes η_1 e η_2 . Ao analisar o gráfico, verifica-se que a redução do deslocamento depende do valor dos factores de distribuição η_1 e η_2 mas, mais importante, do factor \bar{c}_2 . O autor da formulação propõe que o pórtico pode-se considerar que passa a instabilizar num modo sem deslocamentos laterais nos nós, caso o valor de \bar{c}_2 seja superior a cerca de 50 a 75. É então aceitável assumir como critério de contraventamento, o parâmetro \bar{c}_2 .

Visualiza-se também o critério de contraventamento proposto pela anterior versão do EC3, representado pela linha horizontal que passa no valor da relação $\delta/\delta_0 = 0.2$. Acima da linha horizontal o pórtico é classificado como não contraventado, assumindo que podem existir deslocamentos transversais nos nós no momento da instabilização, e abaixo desta é classificado como contraventado, não existindo tais deslocamentos.

Esta distinção efectuada pelo EC3 pode levar a valores menos conservativos no dimensionamento de colunas inseridas em pórticos, comparativamente com a formulação apresentada. Tome-se o caso em que $\bar{c}_2 = 50$, e η_1 e η_2 são ambos superiores a 0.1. A

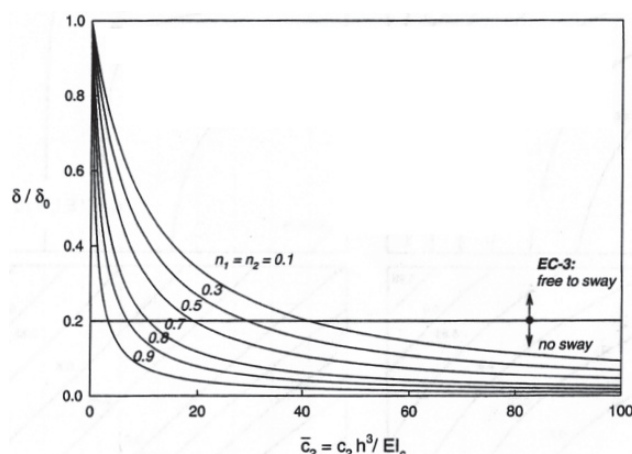


Figura 5.4: Critério de contraventamento proposto por Charis J. Gantes [21].

relação δ/δ_0 correspondente para os valores assumidos anteriormente é substancialmente menor que o limite definido pelo Eurocódigo 3, o que faz formulação proposta pelo EC3 assumir valores menos conservativos que a formulação apresentada.

5.2 Formulação proposta por Aristizabal-Ochoa

Aristizabal-Ochoa na sua formulação [9], obtém as funções de estabilidade associadas a pórticos planos através de uma abordagem clássica para pórticos contraventados, não contraventados e parcialmente contraventados. O autor da formulação propõe ainda uma abordagem que permite determinar o factor do comprimento de encurvadura (K), a carga axial crítica, e o factor de amplificação de esforços, δ_s , para um piso de um pórtico plano. A formulação desenvolvida tem também a vantagem de poder ser aplicada a pórticos com ligações rígidas, semi-rígidas ou articuladas.

O conceito de encurvadura associado a um piso inteiro de um pórtico é explorado nesta formulação, assumindo o autor que, quando a instabilização ocorre no pórtico, esta ocorre num piso inteiro do mesmo.

5.2.1 Modelos estruturais

Os modelos estruturais utilizados para a caracterização da formulação proposta por Aristizabal-Ochoa apresentam-se nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7.

Os modelos estruturais apresentados representam um piso de um pórtico constituído por n colunas, cada uma com diferentes propriedades da secção transversal (A_i, I_i), diferentes alturas (h_i), diferentes condições de restrição à rotação nos topos (K_{ai}, K_{bi}), e sujeitas a diferentes carregamentos axiais (P_i).

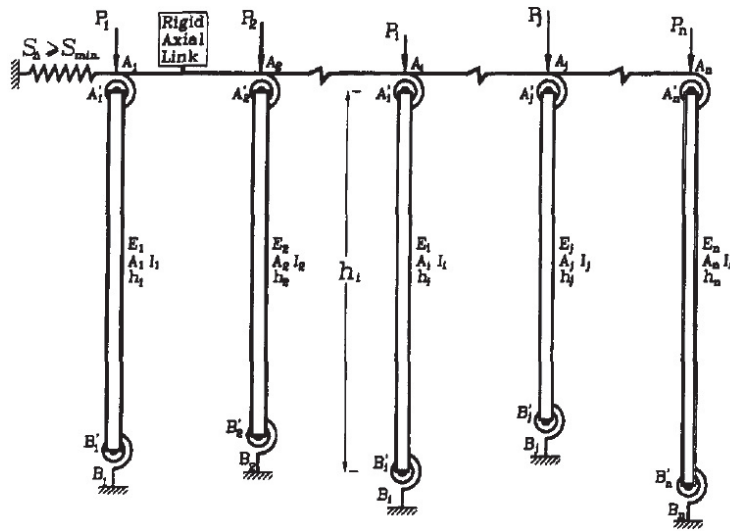


Figura 5.5: Modelo estrutural de um pórtico contraventado [9].

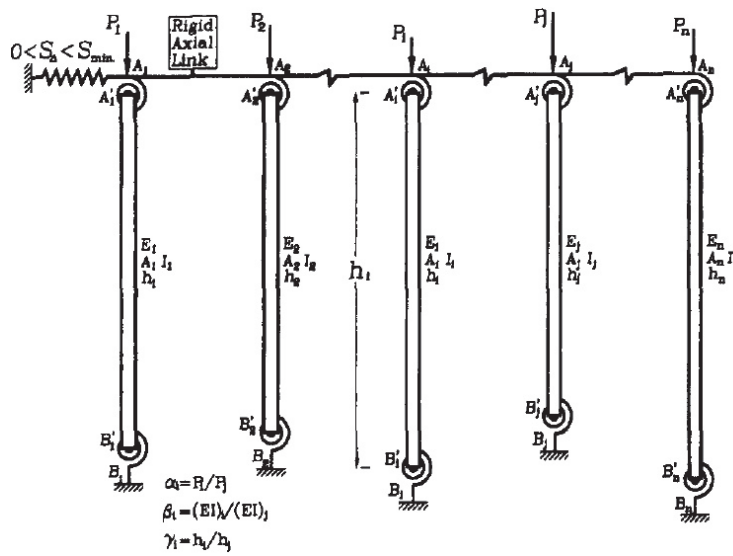


Figura 5.6: Modelo estrutural de um pórtico parcialmente contraventado [9].

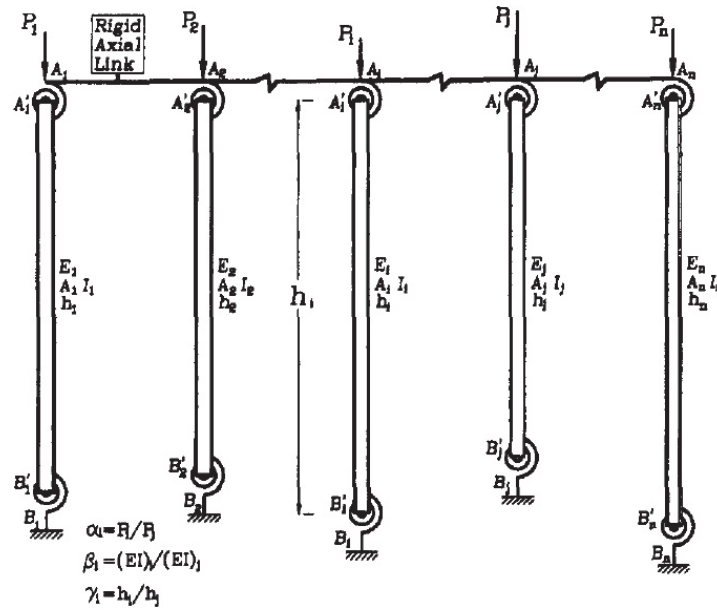


Figura 5.7: Modelo estrutural de um pórtico não contraventado [9].

As restrições de rotação nos topos de uma coluna (K_{ai}, K_{bi}) podem ser expressas em termos de coeficientes de rigidez de rotação de cada coluna, definidos como $R_{ai} = K_{ai}/(E_i I_i/h_i)$ para o topo A da coluna e $R_{bi} = K_{bi}/(E_i I_i/h_i)$ para o topo B, onde I_i é o momento de inércia da coluna segundo o eixo principal que se está a considerar, e h_i a altura da coluna.

Os coeficientes R_{ai} e R_{bi} variam de zero a infinito consoante a rigidez da condição de restrição que existe nos topos da coluna. Caso os topos da coluna sejam articulados, R_{ai} e R_{bi} tomam o valor de zero, não conferindo qualquer tipo de restrição à rotação da coluna. O valor de R_{ai} ou R_{bi} igual a infinito ocorre, quando um topo da coluna está totalmente restringido de qualquer tipo de rotação. Tal acontece caso as vigas coincidentes com o topo em questão tenham rigidez infinita, e as ligações viga-pilar também se considerem infinitamente rígidas.

O modelo estrutural adoptado por Aristizabal-Ochoa para uma coluna isolada genérica assume os seguintes princípios: (1) A coluna é constituída por um material elástico linear com módulo de elasticidade E_i ; (2) A coluna tem o centróide na mesma posição ao longo de toda a coluna; (3) A instabilização dá-se segundo um dos eixos principais de inércia.

O modelo estrutural de uma coluna isolada pode ser visualizado na Figura 5.8.

Por uma questão de conveniência nos cálculos a efectuar, a fim de evitar a utilização de números excessivamente grandes, o autor da formulação introduz dois parâmetros [14, 7]:

$$\rho_{ai} = \frac{1}{1 + \frac{3}{R_{ai}}} \quad (5.11)$$

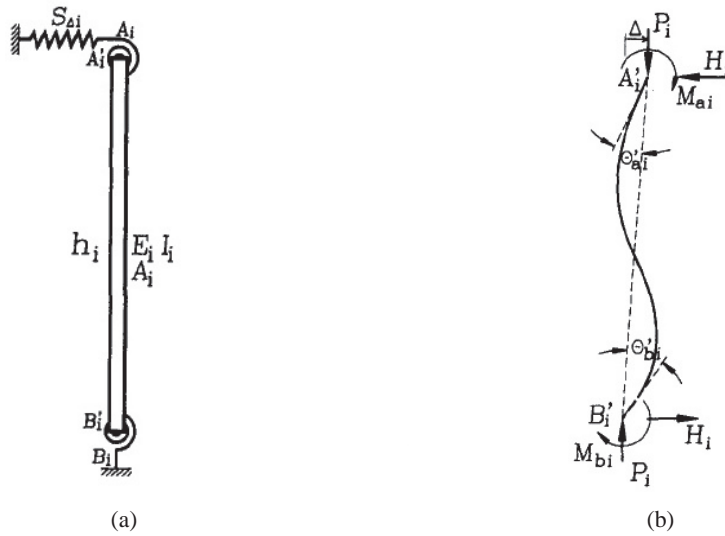


Figura 5.8: Modelo estrutural para uma coluna isolada: (a) Modelo; (b) Acções nos topos [9].

e

$$\rho_{bi} = \frac{1}{1 + \frac{3}{R_{bi}}} \quad (5.12)$$

Chamados factores de fixação do topo e da base da coluna $A_i B_i$. Para restrições articuladas os valores de ρ_{ai} e ρ_{bi} são zero, pois os valores de R_{ai} e R_{bi} são zero, enquanto que para ligações completamente rígidas, como R_{ai} e R_{bi} têm valor infinito, os factores de fixação tomam valores unitários.

Em estruturas reais, onde não se admitem condições de apoio idealizadas, os factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} tomam valores entre zero e um, enquanto que os índices de rigidez R_{ai} e R_{bi} variam de zero a infinito. É então de maior facilidade de cálculo e conveniência a utilização dos factores de fixação, ao invés dos factores de rigidez. É no entanto necessário realçar que na formulação proposta por Aristizabal-Ochoa, todos os parâmetros de rigidez (K_{ia} , K_{bi} , R_{ai} , R_{bi} , ρ_{ai} e ρ_{bi}) têm não só em consideração a contribuição da restrição à rotação das vigas coincidentes com os nós dos topos da coluna em análise, mas também das ligações existentes nesses mesmos nós.

Os factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} de uma coluna genérica inserida num pórtico plano podem ser relacionados com os coeficientes G_{Ai} e G_{Bi} , descritos anteriormente na Secção 3.3 - Método de Alinhamento Gráfico, da seguinte forma [7]:

- Pórticos simétricos com deslocamentos laterais nos nós

$$\rho_{ai} = \frac{2}{2 + G_{ai}} \quad (5.13)$$

e

$$\rho_{bi} = \frac{2}{2 + G_{bi}} \quad (5.14)$$

Quando as duas extremidades da coluna (*A* e *B*) se encontram rigidamente ligadas às vigas coincidentes, e assumindo que o ponto de inflexão das vigas se encontra a meio vão de cada viga quando a instabilização de todo o piso ocorre.

- Pórticos simétricos sem deslocamentos laterais nos nós

$$\rho_{ai} = \frac{2}{2 + 3G_{ai}} \quad (5.15)$$

e

$$\rho_{bi} = \frac{2}{2 + 3G_{bi}} \quad (5.16)$$

Para ligações viga-pilar rígidas (assume-se que as vigas apenas estão sujeitas a esforços de flexão quando a instabilização ocorre).

Para pórticos não simétricos, os factores de fixação podem ser consultados e calculados de acordo com a literatura da especialidade [14, 7, 8].

Relativamente à rigidez conferida ao piso pela mola horizontal, é de realçar que todo o piso possui a mesma rigidez lateral e, consoante a rigidez que a mola de translação possui, o pórtico assume diferentes classificações.

Caso a mola de translação apresente uma rigidez superior a uma determinada rigidez mínima, ou seja, $S_{\Delta} > S_{min}$, assume-se que o pórtico instabiliza num modo sem deslocamentos laterais nos nós. O valor de S_{min} encontra-se especificado na Secção 5.2.3. Caso $S_{\Delta} = 0$, este instabiliza através de um modo com deslocamentos laterais dos nós, ou seja, é classificado como um pórtico de nós móveis.

A situação intermédia, correspondente ao caso em que $0 < S_{\Delta} < S_{min}$, é a situação em que o pórtico se classifica como parcialmente contraventado, estando os seus deslocamentos laterais parcialmente restringidos.

5.2.2 Funções de estabilidade

O autor da formulação admite que a instabilização de um piso inteiro do pórtico com deslocamentos laterais nos nós, ou com os deslocamentos laterais parcialmente restringidos, ocorre quando todas as colunas existentes nesse piso atingem a sua carga crítica. O factor do comprimento de encurvadura, K , para cada coluna, com deslocamentos laterais nos nós livres ou parcialmente restringidos, tem que possuir um valor igual ou superior ao correspondente valor calculado caso as colunas não tenham deslocamentos laterais nos nós.

As seguintes funções de estabilidade foram determinadas por Aristizabal-Ochoa:

Pórticos sem deslocamentos laterais nos nós

A equação de estabilidade para uma coluna sem deslocamentos transversais nos nós, escrita em termos de índices de rigidez, foi primeiramente escrita por Salmon e Johnson em 1980 [32].

$$\frac{\phi_i^2}{R_{ai}R_{bi}} + \left(\frac{1}{R_{ai}} + \frac{1}{R_{bi}} \right) \left[1 - \frac{\phi_i}{\tan(\phi_i)} \right] + \frac{\tan(\phi_i/2)}{\phi_i/2} - 1 = 0 \quad (5.17a)$$

A equação anterior, escrita em termos de factores de fixação e aplicada a um pórtico sem deslocamentos laterais nos nós, tem como base o princípio que cada coluna se comporta isoladamente das restantes colunas inseridas num pórtico, e toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} (1 - \rho_{ai})(1 - \rho_{bi})\phi_i^2 + 3(\rho_{ai} + \rho_{bi} - 2\rho_{ai}\rho_{bi}) \left[1 - \frac{\phi_i}{\tan \phi_i} \right] \\ + 9\rho_{ai}\rho_{bi} \left[\frac{\tan \phi_i/2}{\phi_i/2} - 1 \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.17b)$$

Onde,

$$\phi_i^2 = \frac{P_i}{(EI/h^2)_i} = (\pi/K_j)^2 \quad (5.17c)$$

Nas estruturas reais, devido às interações existentes entre as diferentes colunas de um pórtico e as vigas associadas, o comportamento destas difere do anteriormente considerado, aproximando-se mais do caso em que os deslocamentos laterais estão parcialmente restringidos.

Pórticos com deslocamentos laterais parcialmente restringidos

Ao efectuar a análise de estabilidade de um piso de um pórtico de acordo com a formulação proposta, primeiramente é necessário escolher uma coluna representativa do

pórtico designada como coluna j . Qualquer coluna inserida no piso pode ser escolhida, mas Aristizabal-Ochoa recomenda que se utilize a coluna com maior esforço axial. A partir daí são calculadas as relações $\alpha_i = P_i/P_j$, $\beta_i = (E_i I_i)/(E_j I_j)$ e $\gamma_i = h_i/h_j$ para cada uma das restantes colunas, e consequentemente, através das equações de estabilidade é determinado o factor do comprimento de encurvadura da coluna representativa, K_j . Os factores do comprimento de encurvadura das restantes colunas podem então ser determinados com recurso ao factor do comprimento de encurvadura K_j , utilizando a Equação (5.24).

A equação de estabilidade de uma coluna inserida num pórtico, onde este possui os seus deslocamentos laterais parcialmente restringidos por uma rigidez lateral S_Δ , foi desenvolvida pelo autor da formulação e toma a seguinte forma [9]:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\gamma_i} (1 - [3(\rho_{ai} + \rho_{bi} - 2\rho_{ai}\rho_{bi}) + 9\rho_{ai}\rho_{bi} \tan(\phi_i/2)/(\phi_i/2)]) \\ & / \{ \phi_i^2 (1 - \rho_{ai})(1 - \rho_{bi}) + 3(\rho_{ai} + \rho_{bi} - 2\rho_{ai}\rho_{bi})(1 - \phi_i/\tan \phi_i) \\ & + 9\rho_{ai}\rho_{bi} [\tan(\phi_i/2)/(\phi_i/2) - 1] \} = \frac{S_\Delta}{\phi_j^2 (EI)_j / h_j^3} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Onde $\alpha_i = P_i/P_j$ é a relação entre a carga axial da coluna i e da coluna representativa do pórtico j ; $\beta_i = (E_i I_i)/(E_j I_j)$ é a relação entre a rigidez de flexão da coluna i e da coluna representativa j ; $\gamma_i = h_i/h_j$ é a relação de alturas entre as colunas anteriormente descritas, e K_j é o factor de comprimento de encurvadura da coluna representativa j .

Tem-se ainda que:

$$\phi_j^2 = \frac{P_j}{(EI/h^2)_j} = (\pi/K_j)^2 \quad (5.19)$$

$$\phi_i^2 = \frac{P_i}{(EI/h^2)_i} = (\pi/K_i)^2 = \phi_j^2 \alpha_i \gamma_i^2 / \beta_i \quad (5.20)$$

Pórticos com deslocamentos laterais nos nós

Para um pórtico sem qualquer restrição à movimentação lateral dos seus nós, o autor propõe a seguinte formulação [9]:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\gamma_i} (1 - [3(\rho_{ai} + \rho_{bi} - 2\rho_{ai}\rho_{bi}) + 9\rho_{ai}\rho_{bi} \tan(\phi_i/2)/(\phi_i/2)]) \\
& / \{ \phi_i^2 (1 - \rho_{ai})(1 - \rho_{bi}) + 3(\rho_{ai} + \rho_{bi} - 2\rho_{ai}\rho_{bi})(1 - \phi_i/\tan \phi_i) \\
& + 9\rho_{ai}\rho_{bi} [\tan(\phi_i/2)/(\phi_i/2) - 1] \} = 0
\end{aligned} \tag{5.21}$$

É possível verificar que a Equação (5.21) é um caso particular da Equação (5.18), em que o valor da rigidez da mola de translação no topo do piso é nulo ($S_\Delta = 0$).

Uma vez determinado o valor do factor do comprimento de encurvadura da coluna representativa j , utilizando, consoante o caso, uma das anteriores Equações, (5.18) ou (5.21), pode ser determinada a carga crítica da coluna representativa j , utilizando a seguinte expressão:

$$(P_{cr})_j = \frac{\pi^2 E_j I_j}{(K_j h_j)^2} \tag{5.22}$$

A carga crítica de cada uma das restantes colunas do piso pode então ser calculada da seguinte forma:

$$(P_{cr})_i = \alpha_i (P_{cr})_j \tag{5.23}$$

E obtém-se também os respectivos factores de comprimento de encurvadura, com recurso à Equação (5.24).

$$K_i^2 = [\beta_i / (\alpha_i \gamma_i^2)] K_j^2 \tag{5.24}$$

A carga crítica associada à instabilização do piso é obtida através da Equação (5.25).

$$(P_{cr})_{Total} = (P_{cr})_j \sum_{i=1}^n \alpha_i \tag{5.25}$$

A formulação proposta fornece ainda uma maneira directa de efectuar o cálculo do factor de amplificação de esforços, definido como δ_s .

$$\delta_s = \frac{1}{[1 - P_u / (\Phi P_{cr})_{Total}]} \tag{5.26}$$

Onde P_u é a carga axial actuante em todo o piso, e Φ é um factor de redução. O factor Φ aparece especificado na maior parte dos manuais de dimensionamento de estruturas metálicas. Por exemplo o regulamento americano AISC (American Institute of Steel Construction [6]) assume o valor de 1.0 para Φ .

É ainda importante realçar os seguintes aspectos [9]:

- i As equações de estabilidade propostas apenas são exactas se os factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} forem calculados de maneira exacta. Este é no entanto um trabalho bastante difícil de efectuar para pórticos parcialmente contraventados.
- ii Não obstante, os resultados obtidos através das Equações (5.22) e (5.23) podem ser utilizados para efeitos de dimensionamento, caso a carga crítica de cada coluna individual, $(P_{cr})_i$, seja menor que a correspondente carga crítica para o caso onde não existam deslocamentos laterais nos nós. O factor do comprimento de encurvadura, K , obtido pela Equação (5.24), tem ser então sempre maior ou igual ao obtido para o caso em que não existem deslocamentos laterais nos nós. Não foram também consideradas potenciais deformações axiais que possam ocorrer nas colunas, sendo apenas tida em consideração a deformação por flexão das mesmas.
- iii As Equações (5.18) e (5.21) são exactas apenas para os modelos de cálculo idealizados, representados nas Figuras 5.6 e 5.7. Essas equações não têm em consideração a eventual instabilização sem deslocamentos laterais dos nós que possa ocorrer numa coluna isolada. Assim há necessidade de efectuar a verificação para o caso em que não existem deslocamentos laterais nos nós.
- iv As equações propostas não têm em conta a interacção entre pisos de uma estrutura com vários pisos. Essas interacções apenas são contabilizadas nos factores ρ_i de cada coluna.

5.2.3 Contraventamento lateral

Nas equações de estabilidade descritas anteriormente, um parâmetro com especial relevância na correcta avaliação do factor do comprimento de encurvadura, K_j , é a rigidez lateral que o pórtico possui, representada pela rigidez da mola de translação, S_Δ . Torna-se por isso necessário que a definição do parâmetro S_Δ seja efectuada, de modo a reproduzir o melhor possível o comportamento real do pórtico.

A rigidez lateral de um pórtico pode ser devida a três situações distintas: (1) pela presença de outros elementos verticais que estejam no mesmo piso em que se está a efectuar a análise (paredes resistentes, por exemplo); (2) Por elementos de contraventamento diagonais existentes no mesmo piso; (3) Por outras estruturas ou elementos de contraventamento externos, ligados ao topo ou à base do edifício considerado.

Salmon e Johnson [32] desenvolveram no seu trabalho uma maneira prática de avaliar o parâmetro de rigidez lateral S_{Δ} para o caso de um único elemento diagonal com área de secção transversal A_b , comprimento horizontal L e altura h , tendo obtido a seguinte expressão.

$$S_{\Delta} = \frac{A_b E L^2 / h^3}{\left[1 + (L/h)^2\right]^{3/2}} \quad (5.27)$$

5.2.4 Critério de contraventamento

O critério de contraventamento apresentado nesta formulação passa por, através da Equação (5.29), determinar uma rigidez lateral mínima, definida como S_{min} , que faça com que o pórtico passe de um modo de instabilização com deslocamentos laterais nos nós, para um modo onde esses deslocamentos laterais possam ser desprezados.

A rigidez mínima necessária para a conversão do pórtico de não contraventado para contraventado pode ser determinada seguindo os seguintes passos.

- i Escolha de uma coluna representativa, de entre as diferentes colunas do piso do pórtico. É recomendado pelo autor da formulação que a coluna representativa do sistema (j), seja aquela que apresente a menor carga crítica caso se considere o pórtico como contraventado, de acordo com a Equação (5.28).
- ii Cálculo dos factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} para todas as colunas, quer para o caso em que não existem deslocamentos laterais nos nós, quer para o caso em que esses mesmos deslocamentos não apresentam nenhuma restrição à sua livre movimentação.
- iii O factor de comprimento de encurvadura, K_j , ou o factor ϕ_j da coluna representativa é determinado, com recurso à expressão (5.28), usando os factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} para as condições onde não existem deslocamentos laterais nos nós. Posteriormente determinam-se os factores do comprimento de encurvadura para as restantes colunas, através da expressão (5.31), efectuando sempre a verificação que o factor do comprimento de encurvadura, K_i , para o caso em que não existem deslocamentos laterais nos nós é sempre menor do que o valor correspondente para o caso onde esses deslocamentos podem existir. Caso tal não aconteça, significa que a coluna escolhida inicialmente como a coluna representativa j , não é a coluna que apresenta a menor carga crítica das colunas integrantes do piso do pórtico, pelo que é necessário seleccionar como coluna representativa aquela que apresenta menor carga crítica, considerando que o pórtico instabiliza num modo sem deslocamentos laterais nos nós.
- iv Cálculo do valor da rigidez lateral mínima, S_{min} , com recurso à Equação (5.29).

$$(1 - \rho_{aj})(1 - \rho_{bj})(\pi/K_j)^2 + 3(\rho_{aj} + \rho_{bj} - 2\rho_{aj}\rho_{bj}) \left[1 - \frac{\pi/K_j}{\tan(\pi/K_j)} \right] + 9\rho_{aj}\rho_{bj} \left[\frac{\tan(\pi/2K_j)}{(\pi/2K_j) - 1} \right] = 0 \quad (5.28)$$

$$\phi_j^2 \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\gamma_i} (1 - [3(\rho_{ai} + \rho_{bi} - 2\rho_{ai}\rho_{bi}) + 9\rho_{ai}\rho_{bi} \tan(\phi_i/2)/(\phi_i/2)]) / \{ \phi_i^2 (1 - \rho_{ai})(1 - \rho_{bi}) + 3(\rho_{ai} + \rho_{bi} - 2\rho_{ai}\rho_{bi})(1 - \phi_i/\tan \phi_i) + 9\rho_{ai}\rho_{bi} [\tan(\phi_i/2)/(\phi_i/2) - 1] \} = \frac{S_{min}}{(EI)_j/h_j^3} \quad (5.29)$$

Onde

$$\phi_j^2 = (\pi/K_j)^2 \quad (5.30)$$

$$\phi_i^2 = (\pi/K_i)^2 = \phi_j^2 \alpha_i \gamma_i / \beta_i \quad (5.31)$$

5.3 Formulação proposta por Xu e Liu

Xu e Liu [39] desenvolveram no seu trabalho um método prático, capaz de avaliar o factor crítico de carga de pórticos contraventados, não contraventados e parcialmente contraventados, tendo em conta a rigidez das ligações viga-coluna existentes nos pórticos (rígidas, semi-rígidas ou articuladas). Não é necessária a resolução de qualquer equação não linear para o cálculo do factor de comprimento de encurvadura das colunas inseridas num pórtico, sendo por isso de maior facilidade de cálculo a utilização desta formulação.

O conceito de encurvadura associado a um piso inteiro do pórtico é apresentado como o conceito base para descrever as equações de estabilidade associadas ao pórtico, e são introduzidos factores de contraventamento lateral que representam o efeito que o sistema de contraventamento produz na estabilidade elástica do pórtico.

5.3.1 Rigidez lateral conferida por uma coluna carregada axialmente

A rigidez lateral S_c de uma coluna carregada axialmente inserida num pórtico pode ser estimada aplicando um deslocamento unitário no topo da coluna, como mostrado na Figura 5.9

As equações de equilíbrio, relativas ao momento flector, numa secção genérica x ao longo da coluna, podem ser escritas como:

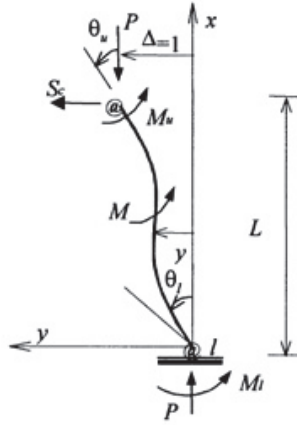


Figura 5.9: Coluna sujeita a deformação lateral [39].

$$EI d^2 y / dx^2 = M_u + P(1 - y) + S_c(L - x) \quad (5.32)$$

Onde P é a carga axial a que a coluna está sujeita, y é o deslocamento transversal da coluna, $EI d^2 y / dx^2$ é o momento ao longo do eixo x , M_u o momento na extremidade superior da coluna e R_l e R_u são a rigidez à rotação que cada topo da coluna possui. Tomando as rotações na base da coluna e no topo como θ_l e θ_u , respectivamente, tem-se que as condições de fronteira em termos de momentos são:

$$M_u = -R_u \theta_u, M_l = -R_l \theta_l \quad (5.33)$$

E os deslocamentos e rotações nos topos da coluna:

$$\begin{aligned} y|_{x=0} &= 0, \quad y|_{x=L} = 1; \\ dy/dx|_{x=0} &= \theta_l, \quad dy/dx|_{x=L} = \theta_u \end{aligned} \quad (5.34)$$

A rigidez lateral S_c pode ser obtida através das Equações (5.32), (5.33) e (5.34), sendo igual a:

$$S_c = \frac{12P_E}{\pi^2 L} \beta \quad (5.35)$$

Onde $P_E = \pi^2 EI / L^2$, representa a carga crítica de Euler, e β é um factor de modificação de rigidez lateral que tem em consideração os efeitos das ligações semi-rígidas e do esforço axial actuante na coluna.

O factor β pode ser escrito como [24]:

$$\beta = \frac{\phi^3}{12} \frac{a_1 \phi \cos \phi + a_2 \sin \phi}{18r_l r_u - a_3 \cos \phi + a_4 \phi \sin \phi} \quad (5.36)$$

Sendo

$$\phi = \pi \sqrt{\lambda P / P_e} = \pi / K \quad (5.37)$$

Onde K e λ representam o factor de comprimento de encurvadura e o parâmetro de carga da coluna. Os coeficientes a_i são dados por:

$$a_1 = 3(r_l + r_u - 2r_u r_l) \quad (5.38a)$$

$$a_2 = 9r_l r_u - (1 - r_l)(1 - r_u)\phi^2 \quad (5.38b)$$

$$a_3 = 18r_l r_u + a_1 \phi^2 \quad (5.38c)$$

$$a_4 = a_1 - a_2 \quad (5.38d)$$

Onde r_u e r_l são factores de fixação de extremidade, associados à rigidez rotacional nos dois nós de extremidade da coluna, e dados por:

$$r_l = \frac{1}{1 + 3EI/(R_l L)}, \quad r_u = \frac{1}{1 + 3EI/(R_u L)} \quad (5.39)$$

Os factores R_l e R_u representam a rigidez proveniente das restrições à rotação na base e topo da coluna respectivamente. Numa coluna que seja articulada em ambas as extremidades, os factores R_l e R_u tomam o valor de zero, e os correspondentes valores de r_u e r_l tomam também o mesmo valor. No caso das extremidades da coluna serem rígidas, r_u e r_l assumem um valor unitário, pois os valores de R_l e R_u são considerados como infinito. Todas as situações intermédias, onde os valores de r_u e r_l encontram-se no intervalo de zero a um, são aplicáveis a colunas com condições de apoio semi-rígidas nas extremidades.

5.3.2 Estabilidade de uma coluna parcialmente contraventada

Nas formulações anteriores, ilustrou-se a importância que a mola de translação tem na estabilidade de uma coluna parcialmente contraventada. Na formulação proposta por Xu e Liu, a rigidez lateral existente em cada piso contribui para a estabilidade da coluna através

de duas partes, sendo a primeira a rigidez lateral que a coluna possui, e a segunda, a rigidez lateral introduzida no pórtico através do sistema de contraventamento. A rigidez lateral providenciada por uma coluna pode ser expressa através da Equação (5.35), sendo a rigidez que o sistema de contraventamento possui introduzida posteriormente através de um factor que caracteriza o efeito do contraventamento para simplificar o processo de cálculo.

Efeitos da rigidez lateral do sistema de contraventamento

Na Figura 5.10 representa-se uma coluna com três condições de contraventamento distintas, com restrições à rotação representadas pelos factores de fixação de extremidade r_u e r_l . Como visto anteriormente, se a rigidez na mola de translação representada por S_b for igual a zero, a coluna é não contraventada, enquanto que se a rigidez S_b for infinita, a coluna é totalmente contraventada, resultando no caso representado pela Figura 5.10 (c). Os casos em que S_b toma o valor de zero e infinito são portanto situações extremas do caso parcialmente contraventado.

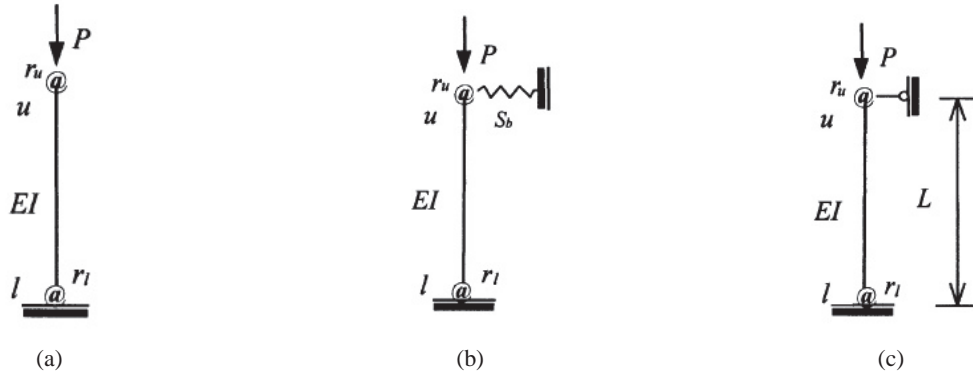


Figura 5.10: Condições de contraventamento lateral de uma coluna. (a) Não contraventada; (b) Parcialmente contraventada; (c) Não contraventada.

Para o caso parcialmente contraventado representado na Figura 5.10 (b), sendo S_b a rigidez lateral proveniente do sistema de contraventamento, tem-se que a instabilização da coluna ocorre quando a rigidez lateral da coluna se reduz a zero [39]. Assim, com base nas Equações (5.35) e (5.36), a equação de estabilidade da coluna pode ser escrita da seguinte forma:

$$S_c + S_b = \frac{12P_E}{\pi^2 L} \beta + S_b = \frac{P_E \phi^3}{\pi^2 L} \frac{a_1 \phi \cos \phi + a_2 \sin \phi}{18r_l r_u - a_3 \cos \phi + a_4 \phi \sin \phi} + S_b = 0 \quad (5.40)$$

Os coeficientes a_i ($i = 1, 2, 3, 4$) são funções dos factores de fixação de extremidade r_u

e r_l , como mostrado anteriormente nas Equações (5.38a), (5.38b), (5.38c) e (5.38d), pelo que a Equação (5.40) é abrangente para qualquer tipo de restrição à rotação.

Factor de contraventamento lateral

Quando a rigidez lateral conferida pelo sistema de contraventamento, definida como S_b , se aproxima de infinito, e o pórtico se torna próximo de totalmente contraventado, existe uma dificuldade nos cálculos produzida por ter de se lidar com grandes números no processo da análise de estabilidade. De modo a evitar esta dificuldade e simplificar o processo ao máximo, os autores da formulação introduzem um parâmetro que caracteriza a rigidez lateral do sistema de contraventamento.

$$\alpha_b = \frac{1}{1 + P_E/S_b L} \quad (5.41)$$

Para uma coluna completamente contraventada em que a rigidez S_b é infinita, o valor do factor de rigidez lateral assume o valor de 1.0, enquanto que, para uma coluna não contraventada, o valor de S_b é zero, e consequentemente o valor de α_b também é nulo. Para os casos intermédios onde se inserem os pórticos reais, o valor de α_b encontra-se dentro do intervalo 0 e 1.0, isto é $0 < \alpha_b < 1.0$.

Baseada na Equação (5.40) e (5.41), a equação de estabilidade de uma coluna parcialmente contraventada pode ser escrita como:

$$\frac{\phi^3 (a_1 \phi \cos \phi + a_2 \sin \phi)}{18r_l r_u - a_3 \cos \phi + a_4 \phi \sin \phi} + \frac{\pi^2 \alpha_B}{1 - \alpha_B} = 0 \quad (5.42)$$

Nos casos extremos de contraventamento, onde $\alpha_B = 0$ e $\alpha_B = 1$, a Equação (5.42) altera-se, e reduz-se às equações de estabilidade associadas ao Método de Alinhamento Gráfico para o caso não contraventado e contraventado, respectivamente [39].

5.3.3 Estabilidade de um piso de um pórtico parcialmente contraventado

Nesta secção é feita uma extensão do anteriormente descrito na estabilidade de uma coluna parcialmente contraventada. Na Figura 5.11 mostra-se um pórtico com n colunas e m contraventamentos diagonais. A instabilidade de uma coluna genérica i ocorre quando a carga dessa mesma coluna assume o valor de $\lambda_i P_{cr}$, onde P_i é a carga que está a actuar na coluna e λ_i é o factor de carga do pórtico. Admitindo S_{ci} ($i = 1, 2, \dots, n$) como a rigidez lateral que a coluna i possui e S_{bj} como a rigidez lateral do sistema de contraventamento, baseado no conceito de encurvadura associado a um piso de um pórtico todo tal como na formulação proposta por Aristizabal-Ochoa [9], admite-se que a instabilização do pórtico ocorre quando estas duas parcelas de rigidez deixam de existir.

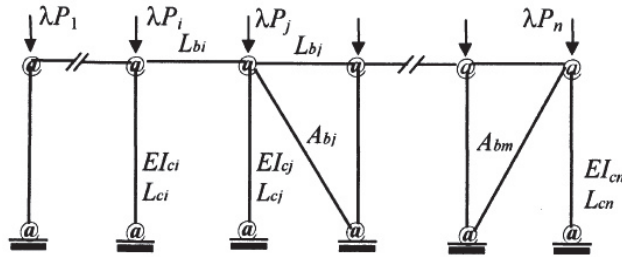


Figura 5.11: Pórtico genérico [39].

Restrição à rotação devido à ligação viga-pilar

Considere-se a viga semi-rígida apresentada na Figura 5.12, com factores de fixação de extremidade r_1 e r_2 , nas extremidades 1 e 2 respectivamente. O vão da viga é definido como L_b , e as extremidades 1 e 2 referem-se à extremidade da viga mais próxima do pilar que se está a analisar e à extremidade oposta da viga, respectivamente.

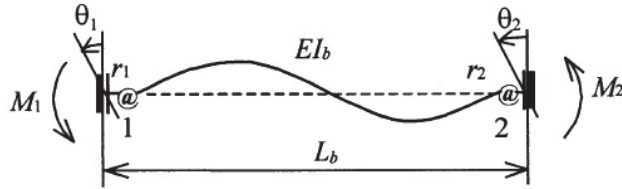


Figura 5.12: Deformações devido às rotações de uma viga semi-rígida [39].

A equação dos momentos nas extremidades pode ser escrita em termos dos factores de fixação de extremidade para o elemento considerado, utilizando o método designado como “Slope-Deflection” e esta toma a seguinte forma [38]:

$$M_i = \frac{3r_1}{4 - r_1r_2} \frac{EI_b}{L_b} (4\theta_1 + 2r_2\theta_2) \quad (5.43)$$

Onde M_i é o momento na extremidade 1. A rigidez de flexão da viga é dada por EI_b/L_b , e as rotações associadas a cada uma das extremidades são representadas por θ_1 e θ_2 . Considera-se que a rotação no nó tem sentido positivo se for no sentido anti-horário. Definindo ν como a relação entre θ_1 e θ_2 , tem-se que esta relação varia entre -1 e 1. Os valores de $\nu = 1$ e $\nu = -1$ correspondem a uma rotação assimétrica e simétrica, respectivamente, das colunas que estão ligadas às duas extremidades da viga.

Utilizando as relações anteriores e admitindo que a rotação no nó junto à coluna em análise é unitária ($\theta_1 = 1$), a rigidez de rotação que a ligação viga-pilar confere à coluna pode ser obtida da seguinte forma:

$$R_b = \frac{6r_1}{4 - r_2r_2} \frac{EI_b}{L_b} (2 + \nu r_2) \quad (5.44)$$

Visto que a Equação (5.44) é expressa em termos dos factores de fixação da viga, é possível utilizar a expressão anterior para diferentes tipos de ligação viga-pilar. Caso a ligação viga-pilar seja articulada, o valor de $r_1 = 0$, e o correspondente valor de R_b é zero, não havendo por isso qualquer restrição à rotação na extremidade superior da coluna, proveniente da viga.

O valor da relação ν é desconhecido até a instabilização do pórtico ocorrer, o que faz com que se tenha que assumir um valor para ν para se conseguir determinar o factor de comprimento de encurvadura das colunas inseridas do pórtico. O método de Alinhamento Gráfico, descrito na Secção 3.3 assume que para pórticos contraventados o valor da relação ν é igual a -1 , enquanto que para casos em que o pórtico permite deslocamentos transversais dos nós, esse mesmo valor é assumido como 1. No entanto, em geral, os valores de ν diferem dos casos extremos em que estes tomam o valor de -1 e 1 . A assunção dos valores extremos para ν pode resultar em falta de precisão em alguns casos [39].

Expansão em série de Taylor

A relação não linear entre β e ϕ , mostrada na Equação (5.36), torna a determinação do parâmetro crítico de carga λ_{cr} muito morosa e difícil, para sistemas com várias colunas. A Equação (5.36) pode ser simplificada e aproximada efectuando uma expansão da série de Taylor de segunda ordem, como se verifica de seguida.

$$\beta = \beta_0 - \beta_1\phi^2 - \beta_2\phi^4 \quad (5.45)$$

Onde

$$\beta_0 = \frac{(r_l + r_u + r_l r_u)}{4 - r_l r_u} \quad (5.46a)$$

$$\beta_1 = \frac{8(5 + r_u^2) - r_l(34 - r_u)r_u + r_l^2(8 + r_u + 3r_u^2)}{30(4 - r_l r_u)^2} \quad (5.46b)$$

$$\beta_2 = \frac{f_0 + f_1 r_l + f_2 r_l^2 + f_3 r_l^3}{25200(4 - r_l r_u)^3} \quad (5.46c)$$

e

$$f_0 = 2560r_u^2 - 1792r_u^3 \quad (5.47a)$$

$$f_1 = -4960r_u + 1844r_u^2 + 704r_u^3 \quad (5.47b)$$

$$f_2 = 2560 + 1844r_u - 1492r_u^2 - 41r_u^3 \quad (5.47c)$$

$$f_3 = -1792 + 704r_u - 41r_u^2 - 17r_u^3 \quad (5.47d)$$

Estabilidade lateral de um pórtico parcialmente contraventado

Focando a atenção de novo no pórtico mostrado na Figura 5.11, a equação de estabilidade baseada no princípio da instabilização se dar num piso do pórtico, pode escrever-se da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^n S_{ci} + \sum_{j=1}^m S_{bj} = 0 \quad (5.48)$$

A primeira parte da equação anterior representa a rigidez lateral conferida ao pórtico por todas as colunas integrantes do piso do mesmo, e a segunda parte representa a parcela relativa à rigidez lateral do sistema de contraventamento. A Equação (5.48) é aplicável a pórticos contraventados, parcialmente contraventados e não contraventados, quando se utiliza a Equação (5.36) para a determinação do factor de modificação da rigidez lateral β . No entanto, caso se utilize como aproximação da Equação (5.36) a série de Taylor de segunda ordem, ao avaliar o factor de modificação da rigidez lateral β verifica-se que a Equação (5.48) produz erros significativos para o caso contraventado, onde a rigidez lateral se aproxima de infinito [39].

Os sistemas de contraventamento diagonais são bastante utilizados na prática corrente de dimensionamento de estruturas metálicas, e a rigidez providenciada por um desses elementos diagonais pode ser determinada através da seguinte expressão [39]:

$$S_b = \sum_{j=1}^m S_{bj} = \sum_{j=1}^m \frac{EA_{bj}L_{bj}^2/L_{cj}^3}{\left[1 + (L_{bj}/L_{cj})^2\right]^{3/2} + A_{bj}/A_{cj}} \quad (5.49)$$

Onde A_{bj} é a área da secção transversal do elemento de contraventamento, A_{cj} é a área da secção transversal da coluna à qual o sistema de contraventamento se une no seu topo, L_{cj} o comprimento da coluna e L_{bj} o comprimento da viga.

Introduzindo o parâmetro η_E , definido como:

$$\eta_E = \sum_{i=1}^n P_{Ei}/L_{ci} \quad (5.50)$$

Tem-se que o factor de contraventamento lateral de um pórtico, α_B , pode ser definido como:

$$\alpha_B = \frac{1}{1 + \eta_E/S_B} \quad (5.51)$$

Tal como no caso de uma coluna isolada, caso o pórtico seja completamente contraventado, o factor de contraventamento lateral α_B assume o valor 1.0, e caso este seja não contraventado, o valor de α_B é zero. Para pórticos parcialmente contraventados, o valor de α_B encontra-se entre zero e um.

Com base nas Equações (5.35) e (5.45), a rigidez lateral da coluna genérica i , inserida num portico, é então:

$$S_{ci} = \frac{12}{\pi^2} \left(-\frac{\pi^4 P_i^2}{P_{Ei} L_{ci}} \beta_{2i} \lambda^2 - \frac{\pi^2 P_i}{L_{ci}} \beta_{1i} \lambda + \frac{P_{Ei}}{L_{ci}} \beta_{0i} \right) \quad (5.52)$$

Onde λ é o parâmetro de carga. Substituindo as Equações (5.49), (5.51) e (5.52) em (5.48), a expressão anterior toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\pi^4 P_i^2}{P_{Ei} L_{ci}} \beta_{2i} \lambda^2 - \frac{\pi^2 P_i}{L_{ci}} \beta_{1i} \lambda + \frac{P_{Ei}}{L_{ci}} \beta_{0i} \right) + \frac{\pi^2}{12} \frac{\alpha_B}{(1 - \alpha_B)} \eta_E = \\ & = - \sum_{i=1}^n a_i \lambda^2 - \sum_{i=1}^n b_i \lambda + \sum_{i=1}^n c_i = -a \lambda^2 - b \lambda + c = 0 \end{aligned} \quad (5.53)$$

Em que

$$a = \sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^n \frac{\pi^4 P_i^2}{P_{Ei} L_{ci}} \beta_{2i} \quad (5.54a)$$

$$b = \sum_{i=1}^n b_i = \sum_{i=1}^n \frac{\pi^2 P_i}{L_{ci}} \beta_{1i} \quad (5.54b)$$

$$c = \sum_{i=1}^n c_i = \sum_{i=1}^n \frac{P_{Ei}}{L_{ci}} \beta_{0i} + \frac{\pi^2}{12} \frac{\alpha_B}{(1 - \alpha_B)} \eta_E \quad (5.54c)$$

Determina-se então o parâmetro crítico de carga, através da Equação (5.53), da seguinte forma:

$$\lambda_{cr} = \frac{\sqrt{b^2 + 4ac} - b}{2a} \quad (5.55)$$

E o correspondente comprimento de encurvadura é determinado, baseado na Equação (5.37), por:

$$K_i = \sqrt{P_{ei} / (\lambda_{cr} P_i)} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5.56)$$

Se a aproximação da Equação (5.36) fosse efectuada por uma série de Taylor de primeira ordem, utilizando apenas os dois primeiros termos da Equação (5.45), o parâmetro crítico de carga seria determinado de maneira distinta, como se mostra na equação seguinte.

$$\lambda_{cr} = \frac{c}{b} \quad (5.57)$$

O procedimento de cálculo para estimar o factor de comprimento de encurvadura de colunas inseridas em pórticos é descrito pelos autores da formulação em seis passos distintos, como se mostra de seguida:

1. Determinar a rigidez da ligação viga-pilar, R_b , de acordo com a Equação (5.44), e os factores de fixação de extremidade r_l e r_u , baseados na Equação (5.39).
2. Determinar para cada coluna os coeficientes β_{0i} , β_{1i} , β_{2i} , de acordo com as Equações (5.46a), (5.46b) e (5.46c).
3. Calcular a carga crítica de Euler P_E para cada coluna, e o parâmetro η_E para o pórtico, de acordo com a Equação (5.50).
4. Avaliar a rigidez lateral conferida pelo sistema de contraventamento S_B , e o factor de contraventamento lateral α_B , através das Equações (5.49) e (5.51), respectivamente.
5. Calcular os coeficientes a , b e c , a partir das Equações (5.54a), (5.54b) e (5.54c).
6. Calcular o parâmetro crítico de carga, λ_{cr} , utilizando a Equação (5.55) ou (5.57), e a partir daí estimar o factor de comprimento de encurvadura, K_i , para cada coluna i , através da Equação (5.56).

Capítulo 6

Estabilidade de Pórticos - Casos de Estudo

Neste capítulo da dissertação efectua-se diversas análises de estabilidade a um pórtico de aço com diferentes sistemas de contraventamento, utilizando o software SAP2000. Os resultados dessas análises são posteriormente comparados com os diferentes modelos analíticos apresentados nos Capítulos 3 e 5, sendo que as formulações apresentadas no Capítulo 5 permitem avaliar a rigidez de translação devida aos elementos de contraventamento e as restrições à rotação conferidas pelos elementos estruturais ligados aos nós das colunas.

Primeiramente, analisa-se um pórtico para os seus casos extremos de contraventamento, sendo efectuada a análise ao pórtico quando ele está completamente contraventado e posteriormente sem qualquer sistema de contraventamento. De seguida é introduzido nesse mesmo pórtico um sistema de contraventamento diagonal e, através dos critérios de contraventamento descritos na Secção 4.2, classifica-se o mesmo quanto ao seu grau de contraventamento. Subsequentemente, comparam-se os resultados obtidos pelas duas vias distintas (programa de cálculo automático e modelos analíticos).

6.1 Descrição do Modelo de Cálculo

Apresenta-se como caso de estudo um pórtico metálico constituído por três pisos e três vãos, encastrado na base das colunas, onde todas as suas ligações são rígidas. Considera-se pois, que as ligações do pórtico têm a capacidade de transmitirem momentos e que a rotação relativa entre as extremidades das barras está totalmente impedida [29]. Todos os pisos do pórtico têm altura h igual a $3.0m$ e vãos de $5.0m$. Adoptam-se como elementos verticais, perfis laminados de abas largas HEB, mais especificamente, HEB140. Quanto aos elementos horizontais, utilizam-se perfis IPE100. O momento de inércia das colunas HEB140 segundo o eixo onde ocorre a instabilização das mesmas é dado por $I_c = 1.509 \times 10^{-5} m^4$, e para as vigas IPE100 $I_v = 1.710 \times 10^{-6} m^4$. As restantes propriedades geométricas dos perfis que integram o pórtico encontram-se especificadas em

anexo.

Pode-se visualizar na Figura 6.1 o modelo de cálculo do pórtico anteriormente descrito, que está sujeito em cada nó a uma força concentrada P , de valor igual a $100kN$. Este pórtico será analisado como contraventado e não contraventado, através do programa de cálculo automático SAP2000, sendo efectuada uma análise linear de estabilidade (bifurcação), e uma análise elástica de segunda ordem não linear para o caso não contraventado, tendo em conta as imperfeições globais do pórtico e as imperfeições locais de cada coluna.

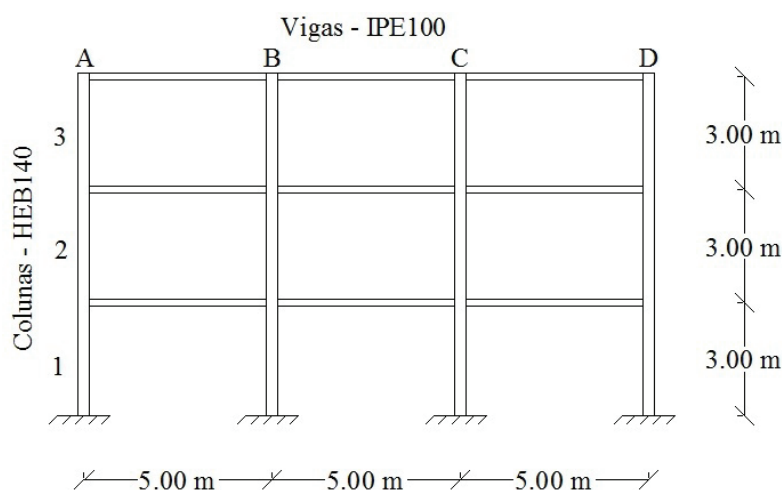


Figura 6.1: Caso de estudo - Pórtico 3×3

6.2 Caso 1 - Pórtico Totalmente Contraventado

Nesta secção admite-se que o pórtico mostrado na Figura 6.1 está totalmente restringido a qualquer deslocamento transversal que possa ocorrer nos seus nós. Admite-se pois, que o pórtico é totalmente contraventado e que a deformação axial das vigas pertencentes ao pórtico não tem qualquer tipo de relevância na análise de estabilidade.

6.2.1 Análise de estabilidade

Através de uma análise de estabilidade com recurso ao programa de cálculo automático SAP2000, é possível determinar que o parâmetro crítico de carga λ_{cr} , definido como a relação entre P_{cr} e o carregamento aplicado P , toma o valor de 21.570. Tal indica que a carga crítica do pórtico é de $21.570 \times 100kN \times 12 \text{ nós}^1 = 25884.492 \text{ kN}$, o que implica que, por nó, a carga que provoca a instabilização é de 2157.041 kN .

O comprimento de encurvadura para cada coluna i , é dado por:

¹Numero de nós que estão sujeitos ao carregamento P

$$L_{E,i} = \pi \sqrt{(EI)/N_i} \quad (6.1)$$

O esforço normal em cada coluna, aquando da actuação da carga crítica é definido como N_i , e toma para o piso do topo do pórtico o valor de $N_{i,Piso3} = P_{cr} = 2157.041 \text{ kN}$. Para o piso intermédio, o esforço normal é o dobro do esforço normal do piso do topo, tomando o valor de $N_{i,Piso2} = 2 \times N_{i,Piso3} = 4314.082 \text{ kN}$. Para o piso da base do pórtico, o esforço normal em cada coluna toma o seguinte valor: $N_{i,Piso1} = 3 \times N_{i,Piso3} = 6471.123 \text{ kN}$.

Pode-se determinar o comprimento de encurvadura para cada coluna do pórtico, utilizando a Equação (6.1), admitindo o módulo de elasticidade do aço, (E), igual a 210 GPa e a inércia segundo o eixo onde ocorre a instabilização do pórtico, I , como $1.509 \times 10^{-5} \text{ m}^4$ para os perfis HEB140.

Apresentam-se na Tabela 6.1 os resultados obtidos para os comprimentos de encurvadura para cada coluna, utilizando a análise de estabilidade efectuada no SAP2000.

Tabela 6.1: Comprimentos de encurvadura L_E (m) para o caso contraventado - Análise de estabilidade

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	3.8078	3.8078	3.8078	3.8078
Piso 2	2.6925	2.6925	2.6925	2.6925
Piso 1	2.1984	2.1984	2.1984	2.1984

E os respectivos factores de comprimento de encurvadura $K = L_E/L$

Tabela 6.2: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Análise de estabilidade

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	1.2693	1.2693	1.2693	1.2693
Piso 2	0.8975	0.8975	0.8975	0.8975
Piso 1	0.7328	0.7328	0.7328	0.7328

Os resultados obtidos através da análise de estabilidade efectuada no programa de cálculo automático estão todos dentro do intervalo de resultados expéctaveis, excepto os factores de comprimento de encurvadura das colunas do piso do topo do pórtico. Verifica-se que as colunas com menor comprimento de encurvadura (maior esforço normal quando actua a carga crítica) são as colunas da base do pórtico, tendo estas um comprimento de encurvadura $L_E = 2.1984 \text{ m} < L = 3.00 \text{ m}$. À medida que se avança para os pisos superiores do pórtico, o esforço normal crítico diminui, aumentando assim o comprimento de encurvadura. Tem-se então que as colunas condicionantes para a instabilização do pórtico são as colunas da base do mesmo.

O conceito de comprimento de encurvadura de elementos inseridos em pórticos deve ser utilizado com precaução, pois é necessário ter em conta que todos os elementos do pórtico instabilizam simultaneamente. Não é pois correcto considerar que cada elemento do pórtico instabiliza individualmente, podendo surgir situações onde, apesar do pórtico ser contraventado, os factores de comprimento de encurvadura, $K_i = L_E/L$ são superiores a 1.0 (tal como acontece no caso das colunas do piso do topo do pórtico analisado). Contudo, esta particularidade tem um interesse limitado, pois geralmente os pilares de topo de um pórtico (quando este está sujeito apenas a carregamentos verticais) são os que têm menor esforço axial e raramente são condicionantes no que respeita à estabilidade do pórtico.

Apresenta-se de seguida um exemplo onde se pretende provar que o comprimento de encurvadura de elementos contraventados nem sempre é inferior ao seu comprimento real.

Admita-se a coluna com dois tramos contraventados representada na Figura 6.2. Pretende-se, mesmo assumindo o menor comprimento de encurvadura possível para o tramo inferior ($L_E = 0.5L$), demonstrar que o comprimento de encurvadura do tramo superior é maior que L .

Sendo o esforço normal actuante no tramo de baixo a carga total P , um majorante da respectiva carga crítica pode ser determinado com recurso à expressão seguinte.

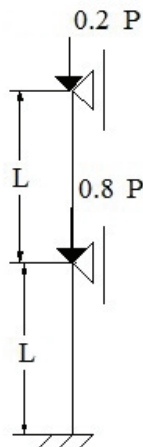


Figura 6.2: Coluna com dois tramos contraventados

$$P = N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_E^2} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5L)^2} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (6.2)$$

Sabendo que o tramo de cima apenas está sujeito a um carregamento axial igual a $0.2P$, tem-se que:

$$0.2P = 0.2 \times \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (6.3)$$

Assim, um limite inferior do factor de comprimento de encurvadura é dado por:

$$0.2 \times \frac{4\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{L_E^2} \Rightarrow \frac{0.8}{L^2} = \frac{1}{L_E^2} \Rightarrow \left(\frac{L_E}{L}\right)^2 = \frac{1}{0.8} \Rightarrow \frac{L_E}{L} = 1.118 \quad (6.4)$$

Como se mostrou neste exemplo, o facto das colunas serem contraventadas, não implica forçosamente que o factor de comprimento de encurvadura seja inferior a 1.0, tal como visto nas colunas do piso de topo do pórtico da Figura 6.1. Contudo, é de notar que em pórticos contraventados os métodos aproximados fornecem sempre factores de comprimento de encurvadura menores que 1.0, pelo que tais métodos devem ser utilizados com precaução.

A título exemplificativo mostra-se de seguida uma figura obtida através do programa de cálculo automático SAP2000, do modo de instabilidade do pórtico contraventado da Figura 6.1.

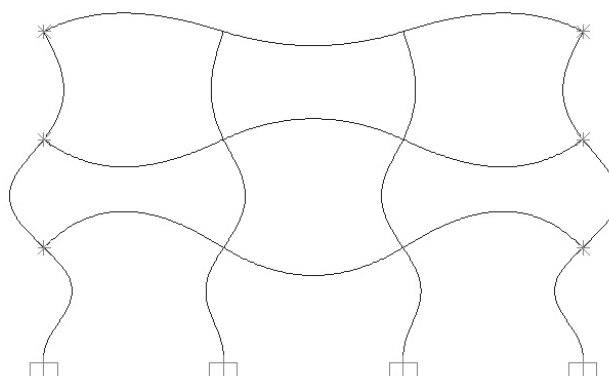


Figura 6.3: Posição deformada - Pórtico contraventado

6.2.2 Método de Wood

Ao analisar o mesmo pórtico, totalmente contraventado, utilizando o método aproximado de Wood descrito na Secção 3.2, é necessário determinar os factores de distribuição η_1 e η_2 , para se estimar os factores de comprimento de encurvadura $K = L_E/L$.

Os factores de distribuição η_1 e η_2 são calculados com recurso às Equações (3.8) e (3.9), obtendo-se os resultados das Tabelas 6.3 e 6.4. Para determinar os factores de distribuição η_1 e η_2 tão próximos quanto possível da realidade, de modo a utilizar a fórmula geral para

o cálculo do coeficiente de rigidez K_{ij} para vigas com esforço axial desprezável (Tabela 3.1), obtêm-se através do programa de cálculo automático as rotações nas extremidades das vigas no momento da instabilização. Com base nessas rotações, determina-se o coeficiente de rigidez K_{ij} para cada viga, com recurso à expressão proposta na última linha da Tabela 3.1.

Mostram-se de seguida os factores de distribuição η_1 e η_2 para cada coluna, bem como os correspondentes factores de comprimento de encurvadura K_i .

Tabela 6.3: Factor de distribuição η_1 para o caso contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9553	0.9546	0.9546	0.9553
Piso 2	0.9772	0.9765	0.9765	0.9772
Piso 1	0.9772	0.9766	0.9766	0.9772

Tabela 6.4: Factor de distribuição η_2 para o caso contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9772	0.9765	0.9765	0.9772
Piso 2	0.9772	0.9766	0.9766	0.9772
Piso 1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

É então possível efectuar o cálculo dos factores de comprimento de encurvadura de cada coluna, $K_i = L_E/L$, para o pórtico contraventado, através de qualquer uma das Equações, (3.11) ou (3.12).

Tabela 6.5: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Método de Wood

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9843	0.9840	0.9840	0.9843
Piso 2	0.9893	0.9890	0.9890	0.9893
Piso 1	0.8333	0.8332	0.8332	0.8333

Ao observar os resultados produzidos pelo método aproximado de Wood, consegue-se determinar o erro relativo entre as duas formulações, admitindo que a análise de estabilidade efectuada através do programa de cálculo automático fornece resultados “exactos”, utilizando a seguinte expressão:

$$Erro\ Relativo(\%) = \frac{K_{Análise\ Estabilidade} - K_{Método\ de\ Wood}}{K_{Análise\ Estabilidade}} \times 100 \quad (6.5)$$

Apresentando os resultados dos erros relativos em forma de tabela, tem-se:

Tabela 6.6: Erro relativo (%) para o caso contraventado - Método de Wood

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	22.449	22.473	22.473	22.449
Piso 2	-10.230	-10.194	-10.194	-10.230
Piso 1	-13.709	-13.695	-13.695	-13.709

Note-se que o sinal do erro relativo tem bastante importância, pois quando o erro relativo tem sinal negativo, o método de Wood sobrestima o comprimento de encurvadura da coluna em questão. Caso este seja positivo, o método de Wood subestima o comprimento de encurvadura, conduzindo a um dimensionamento das colunas contra a segurança.

Os resultados obtidos pelos dois métodos (análise de estabilidade e método de Wood) apresentam erros relativos significativos, sendo o maior deles em valor absoluto aproximadamente 22.5%. Os métodos aproximados têm a característica de em geral possuírem um carácter conservativo, e sobrestimarem os comprimentos de encurvadura das barras críticas, subestimando contudo os comprimentos de encurvadura das barras não críticas [29]. Analisando os erros relativos entre os dois métodos, confirma-se o que foi dito anteriormente, estando o método de Wood do lado da segurança nos dois primeiros pisos, onde sobrestima o valor do comprimento de encurvadura.

Devido à facilidade com que se efectuam os cálculos e se estimam os comprimentos de encurvadura das colunas inseridas num pórtico, o método de Wood tem uma grande utilização por parte de muitos projectistas. É no entanto preciso ter sempre presente que este é um método aproximado, que possui erros associados que podem ser contrários à segurança, e conduzir ao subdimensionamento das colunas do pórtico.

6.2.3 Método de Alinhamento Gráfico

Ao efectuar a análise do pórtico segundo o método de Alinhamento Gráfico, descrito na Secção 3.3, verifica-se que o factor de comprimento de encurvadura K_i é apenas função dos coeficientes de rigidez G_A e G_B . É então necessária para cada coluna a determinação dos coeficientes de rigidez G_A e G_B .

Os coeficientes G_A e G_B podem ser calculados através das Equações (3.16) e (3.17), e apresentam-se nas Tabelas 6.7 e 6.8.

Tabela 6.7: Coeficiente de rigidez G_A

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	14.7076	7.3538	7.3538	14.7076
Piso 2	29.4152	14.7076	14.7076	29.4152
Piso 1	29.4152	14.7076	14.7076	29.4152

Tabela 6.8: Coeficiente de rigidez G_B

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	29.4152	14.7076	14.7076	29.4152
Piso 2	29.4152	14.7076	14.7076	29.4152
Piso 1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Utilizando os gráficos de alinhamento mostrados na Figura 3.7, ou resolvendo a Equação (3.14) através de métodos numéricos (Método de Newton-Raphson), conseguem-se determinar os factores de comprimento de encurvadura, K , para cada coluna i .

Os factores de comprimento de encurvadura para cada coluna encontram-se especificados na Tabela 6.9.

Tabela 6.9: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Método de Alinhamento Gráfico

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9802	0.9620	0.9620	0.9802
Piso 2	0.9866	0.9739	0.9739	0.9866
Piso 1	0.6956	0.6921	0.6921	0.6956

Os erros relativos associados a este método, resultantes da comparação entre os factores de comprimento de encurvadura obtidos e os determinados através da análise de estabilidade, são apresentados na Tabela 6.10.

Tabela 6.10: Erro relativo (%) para o caso contraventado - Método de Alinhamento Gráfico

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	22.775	24.211	24.211	22.775
Piso 2	-9.925	-8.509	-8.509	-9.925
Piso 1	5.085	5.562	5.562	5.085

Apesar de o método de Alinhamento Gráfico não ser o método aproximado mais utilizado pelos projectistas portugueses, visto apenas constar em diversos regulamentos americanos [6, 22, 5], os seus resultados não diferem muito, em valor absoluto, dos valores obtidos através do método de Wood. No entanto, é necessário ter em conta que nas colunas críticas, o método de Alinhamento Gráfico subestima o valor do factor de comprimento de encurvadura, contrariamente ao método de Wood. Este método contraria a afirmação anterior de que os métodos aproximados geralmente sobrestimam o comprimento de encurvadura das barras críticas. Este facto leva a que caso se adopte este método, as colunas que têm maior esforço axial fiquem subdimensionadas.

6.2.4 Método de Gantes

De modo a validar a capacidade das formulações apresentadas no Capítulo 5, e estimar com alguma precisão os factores de comprimento de encurvadura, estas formulações serão empregues nos dois casos extremos de contraventamento, antes de serem aplicadas ao caso em que o pórtico está parcialmente contraventado. Ao comparar os resultados fornecidos por tais formulações para os dois casos extremos de contraventamento com os resultados obtidos pela análise de estabilidade, esperam-se obter factores de comprimento de encurvadura mais próximos dos ditos “exactos”, devido à maior complexidade dos métodos utilizados para pórticos parcialmente contraventados.

Na formulação proposta por Gantes [21], os factores de comprimento de encurvadura de cada coluna, definidos pelo autor como β_i , serão comparados com o parâmetro K_i de cada coluna, obtido através da análise de estabilidade. A Equação a partir da qual se obtém o parâmetro β_i , descrita anteriormente em (5.9), depende dos factores de distribuição η_1 e η_2 obtidos através do método de Wood, e do parâmetro de rigidez da mola de translação (existente no topo de cada piso), \bar{c}_2 . Caso o pórtico que se esteja a considerar seja completamente contraventado, o parâmetro de rigidez \bar{c}_2 toma o valor de infinito.

Admitindo os valores dos factores de distribuição η_1 e η_2 como mostrados nas Tabelas 6.3 e 6.4, e o parâmetro \bar{c}_2 igual a infinito, é possível resolver a Equação (5.9) com recurso a métodos numéricos. Obtêm-se os seguintes valores do parâmetro β_i :

Tabela 6.11: Factor de comprimento de encurvadura β para o caso contraventado - Método de Gantes

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9732	0.9727	0.9727	0.9732
Piso 2	0.9818	0.9813	0.9813	0.9818
Piso 1	0.6942	0.6941	0.6941	0.6942

E os respectivos erros associados mostram-se na Tabela 6.12.

Tabela 6.12: Erro relativo (%) para o caso contraventado - Método de Gantes

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	23.325	23.368	23.368	23.325
Piso 2	-9.393	-9.331	-9.331	-9.393
Piso 1	5.263	5.283	5.283	5.263

Na formulação proposta por Charis J. Gantes, aplicada ao caso contraventado, destaca-se a similaridade dos erros em relação aos dois métodos aproximados apresentados anteriormente. A utilização deste método num pórtico contraventado não traz vantagens significativas, pois os erros associados são muito semelhantes aos erros produzidos pelo

método de Alinhamento Gráfico (inclusive o sinal do erro relativo no piso base do pórtico). Esta formulação subestima também o comprimento de encurvadura das colunas críticas, sendo o dimensionamento das mesmas contra a segurança.

6.2.5 Método de Aristizabal-Ochoa

A equação de estabilidade, proposta por Aristizabal-Ochoa para pórticos contraventados [9] e descrita na Secção 5.2, tem como base a equação de estabilidade escrita por Salmon e Johnson em 1980 [32]. Os resultados obtidos através da formulação proposta por Aristizabal-Ochoa para pórticos simétricos contraventados com ligações rígidas coincidem com os resultados obtidos através do método de Alinhamento Gráfico, pois os coeficientes de que depende a equação de estabilidade estão intimamente ligados aos factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} , como se mostra nas Equações (5.15) e (5.16) [9].

Os valores dos factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} , para o caso contraventado, apresentam-se nas Tabelas 6.13 e 6.14.

Tabela 6.13: Factores de fixação ρ_{ai} - Pórtico contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.0434	0.0831	0.0831	0.0434
Piso 2	0.0222	0.0434	0.0434	0.0222
Piso 1	0.0222	0.0434	0.0434	0.0222

Tabela 6.14: Factores de fixação ρ_{bi} - Pórtico contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.0222	0.0434	0.0434	0.0222
Piso 2	0.0222	0.0434	0.0434	0.0222
Piso 1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Admitindo como coluna representativa de cada piso uma das colunas interiores, tem-se que os parâmetros $\alpha_i = P_i/P_j$, $\beta_i = (E_i I_i)/(E_j I_j)$ e $\gamma_i = h_i/h_j$, descritos anteriormente no Capítulo 5, tomam todos o valor de 1.0, pois todos os elementos verticais de cada piso do pórtico têm a mesma inércia, a mesma altura, o mesmo aço, e estão sujeitos ao mesmo carregamento.

Resolvendo a Equação não linear (5.17b), obtêm-se os factores de comprimento de encurvadura da Tabela 6.15.

Os erros associados a este método são os mesmos que os associados ao método de Alinhamento Gráfico, visto os factores de comprimento de encurvadura serem iguais. Estes podem ser consultados na Tabela 6.10. A utilização deste método em detrimento do método de Alinhamento Gráfico não fornece, neste caso, nenhuma vantagem, pois os resultados

Tabela 6.15: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9802	0.9620	0.9620	0.9802
Piso 2	0.9866	0.9739	0.9739	0.9866
Piso 1	0.6956	0.6921	0.6921	0.6956

são exactamente os mesmos e, devido à maior complexidade deste método, é necessário um maior esforço de cálculo para se obterem os mesmos resultados.

6.2.6 Método de Xu e Liu

Pode-se provar que a equação de estabilidade proposta por Xu e Liu aplicada a um pórtico completamente contraventado, assumindo que todas as ligações são rígidas (isto é, $r_1 = r_2 = 1$ e $\nu = -1$), coincide com a equação de estabilidade de um pórtico completamente contraventado proposta pelo método de Alinhamento Gráfico, e toma a seguinte forma [39]:

$$\frac{\phi^2}{4} G_l G_u + \frac{1}{2} (G_l + G_u) \left(1 - \frac{\phi}{\tan \phi} \right) + \frac{2}{\phi} \tan \left(\frac{\phi}{2} \right) = 1 \quad (6.6)$$

Onde G_l e G_u , são os coeficientes de rigidez determinados a partir das Equações (3.16) e (3.17) e mostrados nas Tabelas 6.7 e 6.8, e $\phi = \pi \sqrt{\lambda P / P_e} = \pi / K$, descrito anteriormente na Equação (5.37).

Resolvendo a equação anterior, os resultados em termos de factores de encurvadura K_i são então:

Tabela 6.16: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso contraventado - Xu e Liu

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9802	0.9620	0.9620	0.9802
Piso 2	0.9866	0.9739	0.9739	0.9866
Piso 1	0.6956	0.6921	0.6921	0.6956

Os erros associados são, tal como no de Aristizabal-Ochoa, iguais aos erros inerentes ao método de Alinhamento Gráfico, e podem ser visualizados na Tabela 6.10. Não existe pois nenhuma vantagem ao aplicar esta formulação a um pórtico completamente contraventado com ligações rígidas para o cálculo dos coeficientes de comprimento de armadura, face aos métodos “clássicos”, tal como o de Wood ou de Alinhamento Gráfico. De facto, tal como no caso da formulação proposta por Aristizabal-Ochoa, é necessário um volume de cálculo superior para a determinação dos factores de comprimento de encurvadura

para cada coluna, que posteriormente não traz qualquer tipo de benefício em termos de resultados.

6.3 Caso 2 - Pórtico Não Contraventado

Nesta secção admite-se que o pórtico representado na Figura 6.1 não possui nenhuma restrição ao livre movimento lateral dos seus nós, sendo pois classificado como não contraventado.

O pórtico da Figura 6.1, ao ser considerado como não contraventado, dá azo a que se manifestem os efeitos de segunda ordem descritos anteriormente na Secção 2.3. De modo a melhor contabilizar esses efeitos, para além da análise de estabilidade (tal como feita anteriormente para o caso contraventado), o pórtico será analisado através de uma análise de segunda ordem não linear, tendo em conta quer as imperfeições globais do pórtico, quer as imperfeições locais dos seus elementos verticais.

Os resultados fornecidos pelo programa de cálculo automático são posteriormente comparados com as diferentes formulações aproximadas descritas na Secção 6.2, onde o pórtico é considerado como contraventado.

6.3.1 Análise de estabilidade

O pórtico da Figura 6.1, sujeito ao carregamento $P = 100 \text{ kN}$ em cada nó, ao ser analisado através do programa de cálculo automático, fornece o seguinte parâmetro crítico de carga: $\lambda_{cr} = P_{cr}/P = 2.149$. Tal implica que a carga crítica do pórtico não contraventado é $2.149 \times 100 \text{ kN} \times 12 \text{ nós}$ (nós que estão sujeitos ao carregamento P) = 2579.156 kN . Por nó, a carga que provoca a instabilização do pórtico é de 214.930 kN .

O esforço normal em cada coluna no momento da actuação da carga crítica é determinado, tal como anteriormente feito no caso contraventado. Para o piso do topo do pórtico: $N_{i,Piso3} = P_{cr} = 214.930 \text{ kN}$. Para o piso intermédio: $N_{i,Piso2} = 2 \times N_{i,Piso3} = 429.859 \text{ kN}$ e para o piso da base do pórtico, $N_{i,Piso1} = 3 \times N_{i,Piso3} = 644.789 \text{ kN}$.

Através da Equação (6.1), determinam-se os comprimentos de encurvadura L_E para cada coluna, e representam-se na Tabela 6.17.

Tabela 6.17: Comprimento de encurvadura L_E (m) para o caso não contraventado - Análise de estabilidade

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	12.0630	12.0630	12.0630	12.0630
Piso 2	8.5298	8.5298	8.5298	8.5298
Piso 1	6.4696	6.4696	6.4696	6.4696

Tabela 6.18: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Análise de estabilidade

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	4.0210	4.0210	4.0210	4.0210
Piso 2	2.8433	2.8433	2.8433	2.8433
Piso 1	2.3215	2.3215	2.3215	2.3215

Ou, em termos de factores de comprimento de encurvadura $K_i = L_E/L$, os resultados estão expressos na Tabela 6.18.

Analisando os resultados anteriores obtidos através do programa de cálculo automático, verifica-se que os factores de comprimento de encurvadura K_i , são todos superiores a 1.0, tal como se esperaria, devido ao carácter não contraventado do pórtico. Como visto no Capítulo 3, quando um pórtico é analisado como não contraventado, o intervalo de valores dos factores de comprimento de encurvadura vai de 1.0 a infinito, o que faz com que os resultados obtidos se enquadrem no intervalo de valores esperados. Nota-se claramente um aumento significativo do factor de comprimento de encurvadura do piso 2 para o piso 3, devido à diminuição do esforço axial crítico.

Apresenta-se na Figura 6.4 uma representação obtida através do programa de cálculo automático, da posição deformada do pórtico não contraventado quando é atingida a instabilização do mesmo.

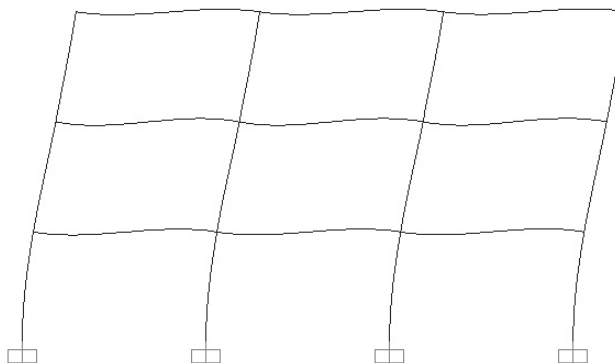


Figura 6.4: Posição deformada - Pórtico não contraventado

6.3.2 Análise de segunda ordem não linear

Depois de obtidos os resultados através de uma análise de estabilidade, efectua-se uma análise de segunda ordem não linear, de modo a determinar a resposta do pórtico em termos de deslocamentos, em função do carregamento. Os efeitos $P-\delta$ totais são tidos em conta na análise do pórtico através de sistemas de forças equivalentes, que simulam

quer as imperfeições globais do pórtico, quer as imperfeições locais dos seus elementos constituintes, associadas à encurvadura por flexão.

Imperfeições

Segundo a NPEN 1993-1-1, “Em pórticos susceptíveis à ocorrência de modos de encurvadura com deslocamentos laterais, o efeito das imperfeições deverá ser incorporado na análise global do pórtico, através de uma imperfeição equivalente com forma de uma inclinação lateral inicial das colunas do pórtico (imperfeição global), e de deformadas iniciais dos seus elementos (imperfeições locais)” [3].

A determinação da imperfeição global do pórtico, designada como ϕ , pode ser efectuada da seguinte forma:

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (6.7)$$

Em que [4]:

- ϕ é o valor de base e toma o valor de 1/200;
- α_h é o coeficiente de redução, calculado em função de h , através de:

$$\frac{2}{3} \leq \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \leq 1.0$$

- h é a altura da estrutura em metros;
- α_m é o coeficiente de redução associado ao número de colunas num piso, igual a:

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)}$$

onde m é o número de colunas num piso, incluindo apenas aquelas que estão submetidas a um esforço axial N_{Ed} superior ou igual a 50% do valor médio por coluna no plano vertical considerado.

Na Figura 6.5 estão representadas as imperfeições globais equivalentes de um pórtico genérico.

Quanto às imperfeições locais dos elementos, associadas à encurvadura por flexão, a NPEN 1993-1-1 recomenda que as amplitudes e_0/L , onde L é o comprimento do elemento e e_0 o deslocamento transversal a meio da cada coluna, sejam as que estão indicadas no Quadro 5.1 [3] da respectiva norma.

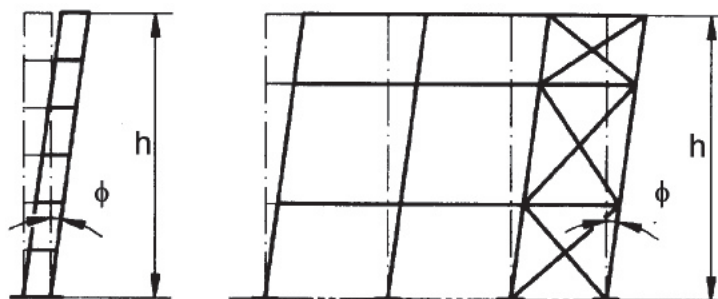
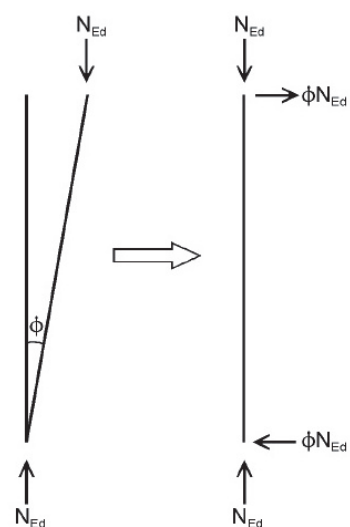
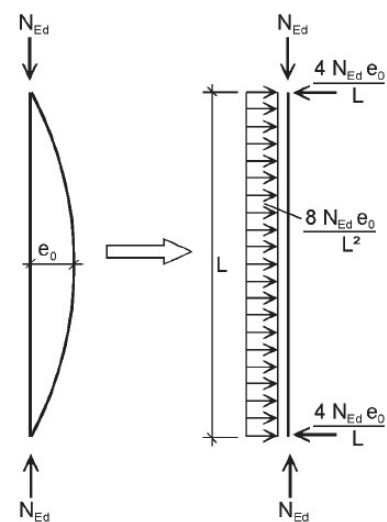


Figura 6.5: Imperfeições globais equivalentes (inclinação inicial das colunas).



(a) Falta de verticalidade (imperfeição global)



(b) Deformadas iniciais (imperfeições locais)

Figura 6.6: Substituição das imperfeições iniciais, por sistemas de forças horizontais equivalentes [4].

Ambas as imperfeições (globais e locais), podem ser substituídas por sistemas de forças equivalentes, aplicados em cada coluna, como mostra a Figura 6.6

Como se pode verificar na Figura 6.6, ambas as imperfeições (globais e locais) de uma coluna i , são dependentes do esforço normal actuante nessa mesma coluna. Como dito anteriormente, o carregamento a que o pórtico está sujeito não difere quer este seja analisado como contraventado, não contraventado, ou parcialmente contraventado. Sendo o esforço normal actuante em cada coluna, no piso do topo do pórtico, igual a $N_{i,Piso3} = P = 100 \text{ kN}$, no piso intermédio igual a $N_{i,Piso2} = 2 \times N_{i,Piso3} = 200 \text{ kN}$, e no piso da base do pórtico $N_{i,Piso1} = 3 \times N_{i,Piso3} = 300 \text{ kN}$, tem-se que as imperfeições globais (falta de verticalidade) de cada coluna podem ser substituídas pelo sistema de forças mostrado na Figura 6.6 (a), com os seguintes valores:

Tabela 6.19: Sistemas de forças equivalentes às imperfeições globais

	$N_{Ed} \text{ (kN)}$	$\phi N_{Ed} \text{ (kN)}$
Colunas piso 3	100	0.368
Colunas piso 2	200	0.736
Colunas piso 1	300	1.104

A substituição das imperfeições locais pelo sistema de forças correspondente pode ser consultada na Tabela 6.20.

Tabela 6.20: Sistemas de forças equivalentes às imperfeições locais

	N_{Ed}	$4N_{Ed}e_0/L \text{ (kN)}$	$8N_{Ed}e_0/L^2 \text{ (kN)}$
Colunas piso 3	100	1.333	0.886
Colunas piso 2	200	2.667	1.778
Colunas piso 1	300	4.000	2.667

Análise no programa de cálculo automático

Depois de definidos os sistemas de forças equivalentes que substituem as imperfeições do pórtico, estes foram introduzidos no programa de cálculo automático, de modo a se obter a resposta da estrutura em termos de deslocamentos, face ao incremento de carregamento.

Apresenta-se na Figura 6.7 a relação entre o carregamento aplicado em cada nó e o deslocamento transversal de um ponto do topo de uma coluna i , no último piso do pórtico considerado.

Consegue-se visualizar na Figura 6.7 a relação não linear que existe entre o carregamento aplicado a uma coluna e os respectivos deslocamentos transversais. As imperfeições geométricas iniciais fazem com que a relação carga/deslocamento tenha um carácter não linear, contrariamente ao caso da coluna de Euler, descrita no Capítulo 2. A relação carga deslocamento mostrada para o pórtico não contraventado é muito semelhante à

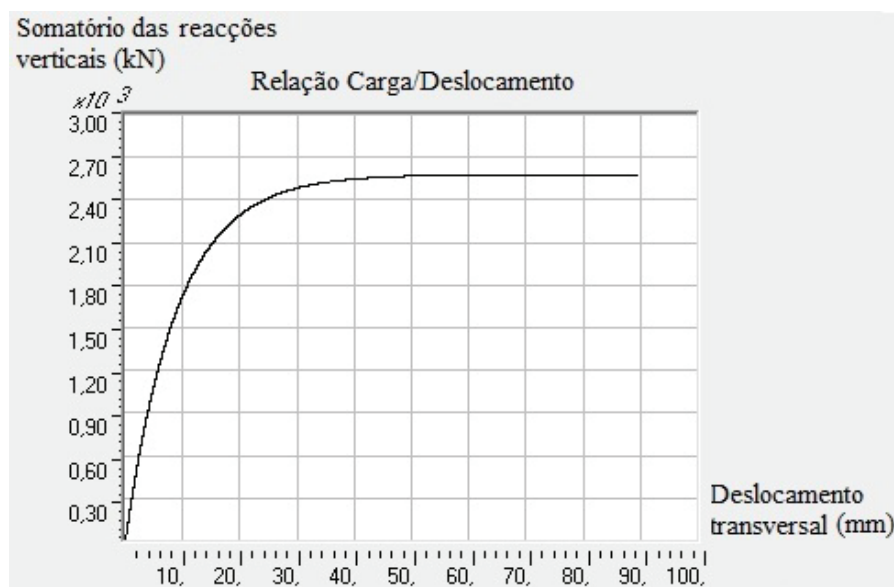


Figura 6.7: Relação carga/deslocamento para o caso do pórtico não contraventado.

mostrada anteriormente na Figura 2.8 onde se considera apenas um pórtico simples não contraventado.

A relação carga/deslocamento tende assintoticamente para a carga crítica da estrutura mas no entanto nunca a consegue alcançar. A análise de segunda ordem não linear efectuada tem como objectivo mostrar que a resposta da estrutura em termos de deslocamentos transversais é diferente da resposta que é obtida caso se efectue apenas uma análise de estabilidade (bifurcação), onde se admite que a estrutura não apresenta qualquer deslocamento transversal na sua trajectória fundamental. Isto é, a análise de estabilidade admite como hipótese que a estrutura não tem deslocamentos transversais na sua trajectória pré-encurvadura. Ao colocar no programa de cálculo automático as imperfeições geométricas associadas, quer à falta de verticalidade do pórtico (imperfeições globais), quer às deformadas iniciais das colunas (imperfeições locais), verifica-se que os resultados obtidos diferem da hipótese simplificativa adoptada na análise de estabilidade descrita anteriormente, existindo realmente deslocamentos transversais pré-encurvadura, com uma relação não linear.

Ao analisar os resultados obtidos através do programa de cálculo automático, consegue-se determinar que o deslocamento transversal tende assintoticamente para o valor total do carregamento vertical de $P = 2579.142 \text{ kN}$. Por nó, o valor limite de P é igual a $2579.142/12 = 214.929 \text{ kN}$. A diferença entre os resultados obtidos pela análise de estabilidade e a análise de segunda ordem não linear, pode ser expressa em termos de percentagem da seguinte forma:

$$Dif. Relativa(\%) = \frac{P_{Análise Estabilidade} - P_{2^{a} Ordem}}{P_{Análise Estabilidade}} \times 100 \quad (6.8)$$

Que, substituindo pelos valores obtidos tem-se:

$$Dif. Relativa(\%) = \frac{2579.156 \text{ kN} - 2579.142 \text{ kN}}{2579.156 \text{ kN}} \times 100 = 5.481E^{-4}\% \quad (6.9)$$

Como se pode verificar, existe uma diferença irrisória entre os dois métodos, de cerca de $5.481E^{-4} \%$ do valor da carga que provoca a instabilização do pórtico, ou seja, da “carga crítica” da estrutura. Na análise de segunda ordem não linear não se pode em rigor chamar carga crítica ao valor máximo de P que a estrutura suporta, pois não existe bifurcação da trajectória fundamental de equilíbrio, mas sim um grande incremento de deslocamento transversal ao mínimo aumento do valor de P . Considera-se como máximo carregamento que o pórtico pode estar sujeito, a assíntota do gráfico da relação carga/deslocamento, mostrado na Figura 6.7. Note-se que estas suposições e resultados são apenas válidos para este caso de estudo de teor académico, pois na realidade os elementos verticais plastificariam antes de se atingir a “carga crítica” da estrutura. Confirma-se então o que foi dito e pressuposto no Capítulo 2, onde a análise de segunda ordem tende assintoticamente para a “carga crítica” da estrutura, sem nunca a atingir.

Em termos de factores de comprimento de encurvadura, devido à mínima diferença em termos de “carga crítica” entre a análise de estabilidade e a análise de segunda ordem não linear, os resultados são exactamente os mesmos, e podem ser consultados na Tabela 6.18.

6.3.3 Método de Wood

O método de Wood, sendo um método aproximado de fácil utilização, como visto anteriormente no caso em que o pórtico é considerado como contraventado, fornece uma estimativa do comprimento de encurvadura com base nos factores de distribuição η_1 e η_2 . Os factores de distribuição, com base nas rotações do pórtico no momento de instabilização tal como feito no caso contraventado, podem ser calculados com recurso à expressão proposta na última linha da Tabela 3.1 e às Equações (3.8) e (3.9). Os valores obtidos apresentam-se nas Tabelas 6.21 e 6.22.

Tabela 6.21: Factor de distribuição η_1 para o caso não contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9098	0.8285	0.8285	0.9098
Piso 2	0.9519	0.9071	0.9071	0.9519
Piso 1	0.9521	0.9068	0.9068	0.9521

Tabela 6.22: Factor de distribuição η_2 para o caso não contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9519	0.9071	0.9071	0.9519
Piso 2	0.9521	0.9068	0.9068	0.9521
Piso 1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Com base nos factores de distribuição anteriores e na Equação (3.13), é possível determinar os factores de comprimento de encurvadura segundo a formulação proposta por Wood, tomando estes os valores mostrados na Tabela 6.23.

Tabela 6.23: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Método de Wood

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	4.1595	3.0016	3.0016	4.1595
Piso 2	4.9813	3.5629	3.5629	4.9813
Piso 1	1.8432	1.7268	1.7268	1.8432

Os erros relativos associados, quando comparados os factores de comprimento de encurvadura obtidos através da análise de estabilidade com os obtidos com recurso ao método de Wood, apresentam-se na Tabela 6.24.

Tabela 6.24: Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Wood

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	-3.444	25.352	25.352	-3.444
Piso 2	-75.194	-25.311	-25.311	-75.194
Piso 1	20.602	25.619	25.619	20.602

O sinal negativo indica que o método de Wood sobrestima os valores do comprimento de encurvadura das colunas denominadas “não críticas”, e o sinal positivo indica que este método subestima o comprimento de encurvadura das colunas “críticas”. Note-se que se as colunas do segundo piso fossem dimensionadas à encurvadura com os valores obtidos através do método de Wood, existiria um sobredimensionamento considerável das mesmas, tornando-as mais dispendiosas que o necessário. As colunas do piso da base do pórtico, tal como no caso contraventado, apresentam erros relativos da ordem dos 20 a 25%, mas neste caso, contrários à segurança. O piso do topo do pórtico apresenta os dois casos; nas colunas exteriores o método de Wood sobrestima (apesar do erro ser pequeno) o comprimento de encurvadura das colunas exteriores, e subestima (desta vez com maior erro) o comprimento de encurvadura das colunas interiores. O método de Wood fornece, em certas colunas, erros significativamente maiores no caso não contraventado do que no caso contraventado. Por ser um método muito simplificado, os erros que lhe estão associados são elevados,

e é sempre necessário, ao efectuar o dimensionamento das colunas inseridas no pórtico, ter em conta que o método de Wood não tem a capacidade de estimar tão precisamente os comprimentos de encurvadura como uma análise de estabilidade ou uma análise de segunda ordem não linear.

6.3.4 Método de Alinhamento Gráfico

O método de Alinhamento Gráfico, como visto anteriormente no caso contraventado, utiliza como variáveis nas suas equações de estabilidade os coeficientes de rigidez G_A e G_B . Estes são independentes do grau de contraventamento do pórtico, aplicáveis para o caso contraventado e não contraventado, e são calculados através das Equações (3.16) e (3.17). Os coeficientes de rigidez G_A e G_B podem ser consultados nas Tabelas 6.7 e 6.8.

Resolvendo a Equação (3.15) através de métodos numéricos, conseguem-se determinar os factores de comprimento de encurvadura, K_i .

Tabela 6.25: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Método de Alinhamento Gráfico

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	4.1486	3.0223	3.0223	4.1486
Piso 2	5.0021	3.5958	3.5958	5.0021
Piso 1	1.8580	1.7508	1.7508	1.8580

Os erros associados ao Método de Alinhamento Gráfico para o pórtico não contraventado podem ser consultados na Tabela 6.26.

Tabela 6.26: Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Alinhamento Gráfico

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	-3.174	24.837	24.837	-3.174
Piso 2	-75.927	-26.466	-26.466	-75.927
Piso 1	19.967	24.583	24.583	19.967

Os erros relativos entre a análise de segunda ordem não linear e o método de Alinhamento Gráfico são muito semelhantes aos erros obtidos através do método de Wood. Os resultados provenientes do método de Alinhamento Gráfico conduzem também a um subdimensionamento das colunas da base do pórtico e a um sobredimensionamento elevado das colunas no piso intermédio do mesmo. No piso do topo do pórtico, os erros do método de Alinhamento Gráfico e do método de Wood são praticamente iguais, subestimando os dois o comprimento de encurvadura das colunas interiores e sobrestimando o das colunas exteriores.

6.3.5 Método de Gantes

O factor de comprimento de encurvadura obtido através da formulação proposta por Gantes [21], β_i , que é equivalente ao factor de comprimento de encurvadura definido nos restantes métodos como K_i , é, como se viu anteriormente, apenas função dos factores de distribuição η_1 e η_2 (obtidos através do método de Wood), e do parâmetro de rigidez da mola de translação, \bar{c}_2 . Para um pórtico não contraventado, o parâmetro de rigidez \bar{c}_2 é tomado como zero.

Resolvendo a Equação (5.9), com os factores de distribuição indicados nas Tabelas 6.21 e 6.22, e com o parâmetro de rigidez da mola de translação, $\bar{c}_2 = 0$, obtêm-se os factores de comprimento de encurvadura β_i indicados na Tabela 6.27.

Tabela 6.27: Factor de comprimento de encurvadura β_i para o caso não contraventado - Método de Gantes

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	4.1907	3.0081	3.0081	4.1907
Piso 2	5.0305	3.5859	3.5859	5.0305
Piso 1	1.8598	1.7494	1.7494	1.8598

Com os erros, relativamente à análise de estabilidade, mostrados na Tabela 6.28.

Tabela 6.28: Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Gantes

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	-4.220	25.190	25.190	-4.220
Piso 2	-76.927	-26.117	-26.117	-76.927
Piso 1	19.891	24.644	24.644	19.891

Como se pode verificar, os erros relativos associados a este método são muito semelhantes aos erros produzidos pelo método de Wood. Os erros têm todos o mesmo sinal (isto é, subestimam exactamente as mesmas colunas que o método de Wood) e, em valor absoluto, o factor de comprimento de encurvadura difere de 2 a 4% na maior parte das colunas. A excepção acontece nas colunas exteriores do piso 3, onde o factor de comprimento de encurvadura difere cerca de 22.5%, sobrestimando o método de Gantes ainda mais o factor de comprimento de encurvadura.

A utilização deste método mais complexo em detrimento dos métodos mais clássicos (Wood e Alinhamento Gráfico), volta a não revelar nenhuma vantagem aparente, pois os erros associados são todos da mesma ordem de grandeza, que os erros do método de Wood, sendo necessário um maior volume de cálculo.

6.3.6 Método de Aristizabal-Ochoa

A aplicação do método de Aristizabal-Ochoa ao pórtico não contraventado é bastante similar ao efectuando anteriormente no caso em que o pórtico é considerado como completamente contraventado. Os factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} podem ser determinados através dos coeficientes G_A e G_B utilizados no método de Alinhamento Gráfico, como se mostra nas Equações (5.13) e (5.14). Tem-se então os seguintes factores de fixação:

Tabela 6.29: Factores de fixação ρ_{ai} - Pórtico não contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.1197	0.2138	0.2138	0.1197
Piso 2	0.0637	0.1197	0.1197	0.0637
Piso 1	0.0637	0.1197	0.1197	0.0637

Tabela 6.30: Factores de fixação ρ_{bi} - Pórtico não contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.0637	0.1197	0.1197	0.0637
Piso 2	0.0637	0.1197	0.1197	0.0637
Piso 1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Resolvendo a Equação não linear (5.17b), obtêm-se os seguintes factores de comprimento de encurvadura:

Tabela 6.31: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	3.3200	3.3200	3.3200	3.3200
Piso 2	3.6634	3.6634	3.6634	3.6634
Piso 1	1.8023	1.8023	1.8023	1.8023

Os erros inerentes a este método são, quando comparados os factores de comprimento de encurvadura com os obtidos através da análise de estabilidade, os apresentados na Tabela 6.32.

Neste caso, os erros do método de Aristizabal-Ochoa não coincidem com os erros do método de Alinhamento Gráfico, pois a formulação proposta por Aristizabal-Ochoa difere das equações de estabilidade do método de Alinhamento Gráfico. Ao analisar os erros que este método produz, verifica-se um decréscimo substancial nos erros associados ao piso intermédio do pórtico, quando comparados com os métodos clássicos ou com a formulação proposta por Gantes. Apesar de em geral os erros serem todos à volta de 20 a 30%, existe

Tabela 6.32: Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	17.434	17.434	17.434	17.434
Piso 2	-28.844	-28.844	-28.844	-28.844
Piso 1	22.364	22.364	22.364	22.364

alguma vantagem em aplicar esta formulação ao caso de estudo, pois os principais erros de sobredimensionamento do comprimento do comprimento de encurvadura que existem nas colunas no piso intermédio conseguem ser reduzidos, e os erros de subdimensionamento que existem no piso de base e no piso de topo mantêm-se praticamente constantes (excepto nas colunas exteriores do piso do topo onde aumentam).

6.3.7 Método de Xu e Liu

Ao aplicar a formulação proposta por Xu e Liu ao pórtico não contraventado representado na Figura 6.1, a equação de estabilidade de uma coluna parcialmente contraventada, especificada na Equação (5.42) simplifica-se, devido à rigidez lateral do sistema de contraventamento, S_B , ser nula, levando a que o factor de contraventamento lateral α_B tome o valor de zero. Caso o pórtico seja não contraventado e tenha todas as suas ligações rígidas, se o valor de β , definido como o parâmetro de modificação da rigidez lateral, for determinado segundo a Equação (5.36), a formulação proposta por Xu e Liu fornece exactamente os mesmos resultados que o método de Alinhamento Gráfico, pois a equação de estabilidade de Xu e Liu simplifica-se, ficando igual à equação de estabilidade do método de Alinhamento Gráfico. Os resultados em termos de factores de comprimento de encurvadura, com o parâmetro β calculado através da Equação (5.36), podem ser consultados na Tabela 6.25.

Caso se utilize, como simplificação para o cálculo do parâmetro de modificação da rigidez lateral β , uma expansão de segunda ordem da série de Taylor, os resultados obtidos pelo método de Xu e Liu não coincidem com os resultados fornecidos pelo método de Alinhamento Gráfico.

Admitindo o pórtico não contraventado, isto é, $\alpha_B = 0$, e admitindo os factores de fixação de extremidade r_u e r_l mostrados anteriormente nas Tabelas 6.29 e 6.30 ², é possível determinar os factores de comprimento de encurvadura das colunas integrantes do pórtico.

Os parâmetros críticos de carga (um para cada piso do pórtico) obtidos através da formulação proposta por Xu e Liu ³ e definidos como λ_{cr} , tomam os valores apresentados na Tabela 6.33.

²Pode-se provar [39] que no caso do pórtico não contraventado com ligações rígidas, os factores de fixação de extremidade r_u e r_l coincidem com os factores de fixação do método de Aristizabal-Ochoa, definidos como ρ_{ai} e ρ_{bi} .

³Admitindo como hipótese simplificativa para o cálculo do parâmetro β , a expansão em série de Taylor.

Tabela 6.33: Parâmetros críticos de carga λ_{cr} para o caso não contraventado - Método de Xu e Liu

Piso	Parâmetro crítico de carga λ_{cr}
3	2.913
2	2.038
1	10.716

Os resultados obtidos através da formulação de Xu e Liu, apresentam-se na Tabela 6.34, e os respectivos erros na Tabela 6.35.

Tabela 6.34: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso não contraventado - Método de Xu e Liu

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	3.4540	3.4540	3.4540	3.4540
Piso 2	4.1289	4.1289	4.1289	4.1289
Piso 1	1.8008	1.8008	1.8008	1.8008

Tabela 6.35: Erro relativo (%) para o caso não contraventado - Método de Xu e Liu

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	14.101	14.101	14.101	14.101
Piso 2	-45.216	-45.216	-45.216	-45.216
Piso 1	22.120	22.120	22.120	22.120

Os resultados obtidos através do método de Xu e Liu comparam-se muito bem com os resultados obtidos através da formulação proposta por Aristizabal-Ochoa, sendo os erros do piso de base e do piso do topo do pórtico muito semelhantes. Os erros relativos associados ao método de Xu e Liu para o piso intermédio do pórtico são substancialmente maiores que no método de Aristizabal-Ochoa, mas no entanto este método consegue reduzir o sobredimensionamento das colunas do piso intermédio, quando comparado com os métodos “clássicos”.

Devido à maior facilidade de cálculos com a utilização da expansão da série de Taylor, não sendo necessário a resolução de qualquer tipo equação não linear como no método de Gantes ou no de Aristizabal-Ochoa, pode-se dizer que este método é um método que aproxima bastante melhor o comprimento de encurvadura das colunas do pórtico, sem aumento significativo do volume e complexidade dos cálculos a efectuar, quando comparado com o método de Wood ou o método de Alinhamento Gráfico. É portanto um método que pode ser facilmente implementado no projecto de estruturas metálicas, em substituição dos métodos “clássicos”, de modo a se obterem resultados mais próximos dos reais.

6.4 Caso 3 - Pórtico Parcialmente Contraventado

Apresenta-se, como terceiro caso de estudo, o pórtico mostrado na Figura 6.8. Relativamente ao pórtico mostrado na Figura 6.1 foram acrescentados dois elementos de contraventamento diagonal em cada piso (cruzes de Santo André), constituídos por elementos circulares ocos CHS com diâmetro de 76.1mm e espessura 3.2mm . Os elementos de contraventamento diagonais possuem uma área da secção transversal, designada por A_b , de 7.33mm^2 . As restantes propriedades geométricas dos elementos CHS são mostradas em anexo, juntamente com as propriedades dos elementos verticais e horizontais. As ligações dos elementos de contraventamento aos elementos verticais e horizontais são consideradas como articuladas, não havendo por isso qualquer restrição à rotação das colunas providenciada pelos elementos de contraventamento. As restantes características do pórtico mantêm-se constantes, nomeadamente os elementos verticais, horizontais, o tipo de aço e o carregamento aplicado em cada nó, etc.

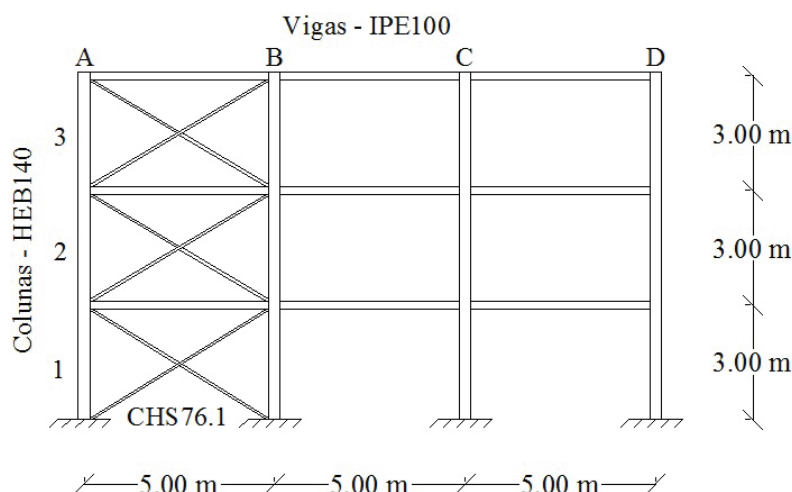


Figura 6.8: Terceiro caso de estudo - Pórtico parcialmente contraventado

No momento da instabilização do pórtico, metade dos elementos de contraventamento estão sujeitos a esforços de compressão, e a outra metade sujeitos a esforços de tracção. Desprezando a resistência proporcionada pelos elementos de contraventamento que estão sujeitos a esforços de compressão⁴, assume-se que o sistema de contraventamento efectivo é apenas constituído pelos elementos diagonais sujeitos a esforços de tracção. Admite-se que apenas um dos dois elementos diagonais de cada piso é que providencia resistência lateral ao pórtico (ficando esta hipótese do lado da segurança).

⁴Os elementos diagonais sujeitos a esforços de compressão correm o risco de instabilizar e, ao ser considerados na resistência lateral do pórtico, fazem que a parcela referente aos mesmos no momento da instabilização seja zero. Despreza-se então a sua parcela na resistência lateral do pórtico.

A análise do pórtico vai ser antecedida pela classificação do mesmo quanto ao seu grau de contraventamento, com base nos critérios de contraventamento definidos na Secção 4.2. Depois de devidamente classificado, o pórtico será analisado através do programa de cálculo automático e posteriormente os resultados obtidos serão comparados com os resultados fornecidos pelas formulações aproximadas propostas no Capítulo 5. Tendo em conta que os métodos “clássicos” apenas classificam os pórticos como contraventados ou não contraventados, os resultados que estes fornecem serão comparados com os resultados obtidos através das formulações aplicáveis a pórticos parcialmente contraventados, de modo a verificar se as diferenças em termos de dimensionamento são significativas.

6.4.1 Critérios de contraventamento

Seguindo a ordem dos critérios de contraventamento anteriormente apresentados, tem-se:

Eurocódigo 3

Apresenta-se de seguida na Tabela 6.36 a relação entre os deslocamentos dos nós do pórtico com sistema de contraventamento, δ , e sem o mesmo, δ_0 , sendo os deslocamentos respectivos obtidos através de uma análise de primeira ordem efectuada com recurso ao programa de cálculo automático SAP2000.

Tabela 6.36: Relação entre os deslocamentos δ e δ_0				
	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.0380	0.0340	0.0341	0.0341
Piso 2	0.0401	0.0404	0.0407	0.0407
Piso 1	0.0466	0.0660	0.0650	0.0641

Como em todos os nós, é satisfeita a relação $\delta/\delta_0 < 0.2$, tal implica que todo o pórtico é classificado como contraventado, segundo o Eurocódigo 3.

Theodore V. Galambos

O critério de contraventamento definido por Galambos [19], e mostrado anteriormente na Secção 4.2.2, passa por determinar a rigidez lateral mínima que o sistema de contraventamento de um pórtico tem que possuir para que este seja classificado como totalmente contraventado. Para um elemento de contraventamento diagonal, como mostrado na Equação (4.3), a secção transversal mínima do elemento de contraventamento tem que ser maior ou igual a A_b , determinado a partir da Equação proposta por Galambos. Apresentam-se na Tabela 6.37 os resultados obtidos.

Como a área mínima do elemento de contraventamento para que o pórtico possa ser considerado como contraventado é $3.06E^{-5} m^2$, e a área da secção transversal de cada um dos elementos CHS é $A_b = 7.33E^{-4} m^2$, tal implica que o pórtico, segundo Galambos, é contraventado.

Tabela 6.37: Critério de contraventamento - Galambos

Piso	N_{cr} (kN)	$\sum P_n$ (kN)	T_k (kN/m)	A_b (m ²)
1,2,3	1182.500	4730.000	1576.667	$3.06E^{-5}$

Rigidez lateral mínima

O critério de contraventamento proposto por Tong e Shi [35], consiste em determinar a rigidez que o sistema de contraventamento tem que possuir para que a carga crítica, num modo de encurvadura com deslocamentos laterais dos nós, seja a mesma que no caso da instabilização ocorrer sem esses mesmos deslocamentos. Com recurso à Equação (4.5) é possível determinar o parâmetro G_{TH} , mostrado na Tabela 6.38 e utilizado posteriormente na Equação (4.4), para determinar os valores da rigidez lateral mínima, apresentados na Tabela 6.39.

Tabela 6.38: Tong e Shi - Parâmetro G_{TH}

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	13.033	12.880	12.880	13.033
Piso 2	12.994	12.857	12.857	12.994
Piso 1	60.000	60.000	60.000	60.000

E a correspondente rigidez lateral mínima T_k :

Tabela 6.39: Rigidez lateral mínima T_k (kN/m) - Tong e Shi

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	1529.62	1511.62	1511.62	1529.62
Piso 2	1525.03	1509.00	1509.00	1525.03
Piso 1	7042.00	7042.00	7042.00	7042.00

De modo a se obter apenas a rigidez produzida pelo sistema de contraventamento no pórtico, foi efectuada a divisão do pórtico em dois sistemas distintos, como referido no Capítulo 4 e mostrado na Figura 4.8. Foi então introduzida no programa de cálculo automático a subestrutura respeitante ao sistema de contraventamento, tendo-se considerado que todas as ligações são articuladas, pois o sistema de contraventamento encontra-se ligado ao pórtico em análise através de ligações articuladas. A partir daí foram aplicadas cargas unitárias, uma em cada piso do pórtico, e determinados os correspondentes deslocamentos de cada um dos pisos do pórtico, de modo a se obter a matriz de flexibilidade do sistema. Invertendo a matriz de flexibilidade, é possível determinar a matriz de rigidez, e subsequentemente comparar os coeficientes desta matriz com a rigidez lateral mínima.

Apresentam-se na Tabela 6.40 os resultados obtidos através da inversão da matriz de flexibilidade, obtendo-se então a rigidez transmitida ao pórtico pelos elementos de contraventamento.

Tabela 6.40: Rigidez do sistema de contraventamento diagonal

Piso	Rigidez do sistema de contraventamento (kN/m)
3	4464.29
2	7518.80
1	18867.92

Comparando os valores das Tabelas 6.39 e 6.40, verifica-se que o sistema de contraventamento possui em cada piso uma rigidez superior à rigidez lateral mínima necessária para travar as colunas do pórtico. Como não existe nenhuma coluna cuja rigidez lateral mínima seja superior à rigidez do sistema de contraventamento, todas as colunas do pórtico são consideradas como contraventadas, segundo o critério de contraventamento de Tong e Shi.

Índices de estabilidade

Ao referir os índices de estabilidade no Capítulo 4, definiram-se dois diferentes critérios. O primeiro critério, proposto pelo “American Concrete Institute” (ACI) [22], propõe que, caso o índice de estabilidade, Q , definido na Equação (4.6), seja igual ou inferior a 0.05, o piso do pórtico em análise pode ser considerado como contraventado.

Admitindo $V_u = 1 \text{ kN}$, apresentam-se na Tabela 6.41, os resultados obtidos para o caso de estudo considerado.

Tabela 6.41: Critério de contraventamento - ACI

Piso	Carga total vertical $\sum P_u \text{ (kN)}$	Deslocamento Relativo $\Delta_0 \text{ (m)}$	Índice de Estabilidade Q
3	400	$6.55E^{-5}$	0.0087
2	800	$6.70E^{-5}$	0.0179
1	1200	$6.23E^{-5}$	0.0249

De acordo com o critério de contraventamento atrás descrito, como para cada piso o índice de estabilidade, Q , é inferior a 0.05, todos os pisos do pórtico são considerados como contraventados.

Outro critério de contraventamento, também com base em índices de estabilidade e desenvolvido por Menon [26], classifica cada piso do pórtico como contraventado, não contraventado, ou parcialmente contraventado, como se mostra na Equação (4.8). Com base nessa classificação, apresenta-se a Tabela 6.42 para o exemplo em questão.

Como o piso da base do pórtico, segundo Menon, é classificado como parcialmente contraventado, esse autor propõe uma formulação aproximada para a determinação dos factores de comprimento de encurvadura das colunas do piso parcialmente contraventado. Com base na Equação (4.7) e (4.8), obtêm-se os resultados apresentados na Tabela 6.43.

Tabela 6.42: Critério de contraventamento - Menon

Piso	Índice Estabilidade Q	Classificação
3	0.0087	Contraventado
2	0.0179	Contraventado
1	0.0249	Parcialmente Contraventado

Tabela 6.43: Factores de comprimento de encurvadura K_i - Menon

Piso	Índice Estabilidade Q	Parâmetro q_x	K_A	K_B	K_C	K_D
1	0.0249	0.9700	0.7238	0.7218	0.7218	0.7238

British Code

Aplique-se agora o procedimento de cálculo indicado no British Code [1], mostrado na Secção 4.2.5, admitindo que o pórtico não possui nenhuma restrição à movimentação das colunas.

Aplicando as cargas nós do pórtico parcialmente contraventado e efectuando uma análise de primeira ordem é possível determinar os deslocamentos relativos entre pisos. Os resultados obtidos através do programa de cálculo automático especificam-se na Tabela 6.44:

Tabela 6.44: Deslocamentos relativos entre pisos - British Code

Piso	Deslocamento relativo δ (m)
3	$7.425E^{-5}$
2	$3.507E^{-5}$
1	$4.410E^{-3}$

Analisando os resultados de acordo com o British Code, consegue-se classificar o piso do topo e o piso intermédio do pórtico como contraventados, pois o seu deslocamento relativo é inferior a $h/4000 = 0.00075m$. Já o piso da base do pórtico, onde o deslocamento relativo é $0.00441m > h/4000 = 0.00075m$, é classificado como não contraventado.

6.4.2 Análise de estabilidade

Tal como efectuado nos dois casos de estudo anteriores, procede-se a uma análise de estabilidade com recurso ao programa de cálculo automático SAP2000. Estando cada nó do pórtico sujeito ao carregamento $P = 100 \text{ kN}$, obtém-se um parâmetro crítico de carga, λ_{cr} , igual a 20.925. Tal implica que a carga crítica do pórtico por nó, é igual a 2092.463 kN . Obtêm-se assim os seguintes esforços normais das colunas de cada piso: $N_{i,Piso3} = 2092.463 \text{ kN}$; $N_{i,Piso2} = 2 \times N_{i,Piso3} = 4184.926 \text{ kN}$, e $N_{i,Piso1} = 3 \times N_{i,Piso3} = 6277.389 \text{ kN}$.

Com base na Equação (6.1), determinam-se então os seguintes factores de comprimento de encurvadura mostrados na Tabela 6.45.

Tabela 6.45: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso parcialmente contraventado - Análise de estabilidade

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	1.2887	1.2887	1.2887	1.2887
Piso 2	0.9113	0.9113	0.9113	0.9113
Piso 1	0.7440	0.7440	0.7440	0.7440

Os resultados obtidos através da análise de estabilidade em termos de factores de comprimento de encurvadura são bastante semelhantes aos resultados correspondentes obtidos para o pórtico totalmente contraventado. Mais uma vez, observa-se que os factores de comprimento de encurvadura do piso da base e do piso intermédio do pórtico são inferiores a 1.0, enquanto que no piso do topo do pórtico superam esse valor.

Ao comparar os resultados obtidos analisando o pórtico como parcialmente contraventado e completamente contraventado, chega-se à conclusão que a consideração do pórtico como completamente contraventado, conduz a um subdimensionamento do comprimento de encurvadura das colunas inseridas no pórtico. A diferença entre o parâmetro crítico de carga λ_{cr} do caso totalmente contraventado para este caso de estudo é de cerca de 3%. Apesar de pequenas, estas diferenças resultam num dimensionamento das colunas contra a segurança. É pois importante não assumir à partida que qualquer pórtico que contenha elementos de contraventamento, pode ser analisado como totalmente contraventado, pois ao admitir tal simplificação pode ocorrer um subdimensionamento das colunas integrantes do pórtico.

A análise de estabilidade do pórtico parcialmente contraventado mostra que, apesar da grande maior parte dos critérios de contraventamento apresentados anteriormente classificarem o pórtico como contraventado ⁵, existe claramente um piso do pórtico onde esta classificação não se aplica. Ao considerar o pórtico como contraventado, usando métodos aproximados (Wood, Alinhamento Gráfico, etc.) limita-se à partida o factor de comprimento de encurvadura das colunas do pórtico a 1.0, não sendo essa assunção de todo verdadeira, como se comprovou através da análise de estabilidade efectuada ao pórtico parcialmente contraventado.

É pois preferível, sempre que possível, analisar um pórtico com sistemas de contraventamento como parcialmente contraventado, através de programas de cálculo automático ou formulações analíticas apropriadas, em vez de o considerar como contraventado, já que desse modo podem surgir grandes erros nos factores de comprimento de encurvadura das colunas do pórtico.

⁵À excepção dos critérios de contraventamento propostos por Menon [26] e pelo British Code [1], que classificam o piso da base do pórtico como parcialmente contraventado e não contraventado, respectivamente.

6.4.3 Método de Wood

O método de Wood não tem capacidade de estimar comprimentos de encurvadura de pórticos parcialmente contraventados, tendo estes obrigatoriamente de ser classificados como contraventados ou não contraventados. Como as ligações dos elementos de contraventamento aos restantes elementos do pórtico são efectuadas através de ligações articuladas, estas não têm qualquer tipo de influência nos factores de distribuição η_1 e η_2 . Assim, os factores de comprimento de encurvadura obtidos pelo método de Wood que melhor aproximam os factores de comprimento de encurvadura do pórtico parcialmente contraventado são os determinados anteriormente para o pórtico totalmente contraventado (Secção 6.2, na Tabela 6.5).

Ao avaliar os erros associados à aplicação deste método ao pórtico parcialmente contraventado, obtêm-se os valores mostrados na Tabela 6.46.

Tabela 6.46: Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Wood

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	23.618	23.642	23.642	23.618
Piso 2	-8.568	-8.532	-8.532	-8.568
Piso 1	-11.994	-11.980	-11.980	-11.994

Como se pode verificar, os erros associados a este método são praticamente da mesma ordem de grandeza dos erros obtidos no caso totalmente contraventado, mostrados na Tabela 6.6. O sinal positivo do erro relativo indica que o método de Wood subestima o valor do factor de comprimento de encurvadura K_i , enquanto que o sinal negativo leva a um sobredimensionamento das colunas do pórtico. Há um ligeiro aumento do erro associado ao factor de comprimento de encurvadura das colunas do piso do topo do pórtico e uma ligeira diminuição nos restantes dois pisos. Estas diferenças devem-se ao facto do método de Wood sobrestimar as colunas “críticas” no caso contraventado; como no caso parcialmente contraventado os factores de comprimento de encurvadura aumentam, as diferenças ficam menores. Nas colunas “não críticas” acontece o inverso, aumentando o erro associado ao método de Wood.

Tem-se então que na utilização do método de Wood a pórticos planos parcialmente contraventados é necessário ter em conta que os valores obtidos podem estar associados a erros significativos, resultando no sobredimensionamento das colunas “não críticas” e no subdimensionamento das colunas “críticas”.

6.4.4 Método de Alinhamento Gráfico

A utilização do método de Alinhamento Gráfico no caso onde o pórtico é parcialmente contraventado é muito semelhante à utilização do método de Wood pois, mais uma vez, este método também não tem capacidade de fazer a distinção entre as situações de completamente contraventado e parcialmente contraventado. É por isso necessário

estimar os factores de comprimento de encurvadura com base no caso completamente contraventado. Os valores correspondentes, obtidos anteriormente, encontram-se indicados na Tabela 6.9.

Apresentam-se na Tabela 6.47 os erros da aplicação do método de Alinhamento Gráfico considerando o pórtico totalmente contraventado, relativamente à análise de estabilidade efectuada ao pórtico parcialmente contraventado.

Tabela 6.47: Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Alinhamento Gráfico

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	23.940	25.354	25.354	23.940
Piso 2	-8.267	-6.873	-6.873	-8.267
Piso 1	6.516	6.986	6.986	6.516

A explicação dada anteriormente no método de Wood, para o aumento e a diminuição dos erros quando comparados com o caso totalmente contraventado, é válida também para o método de Alinhamento Gráfico. Este método também não tem capacidade de estimar com precisão os factores de comprimento de encurvadura de pórticos parcialmente contraventados, sendo necessário, tal como no método de Wood, prudência quando se pretende dimensionar as colunas do pórtico utilizando o método de Alinhamento Gráfico.

Os “métodos clássicos”, como se demonstrou neste terceiro caso de estudo, são métodos que apesar da sua facilidade de aplicação e reduzido volume de cálculos associados, não têm a capacidade de estimar com muita precisão os factores de comprimento de encurvadura de colunas inseridas em pórticos. Nas próximas secções pretende-se aplicar formulações mais rigorosas, onde é necessário um maior volume e complexidade de cálculo, de modo a se estimar com precisão superior os factores de comprimento de encurvadura. Pretende-se ainda estudar a capacidade que as formulações descritas no Capítulo 5 têm em avaliar a influência do sistema de contraventamento na estabilidade do pórtico, através de diferentes parâmetros de rigidez lateral conferida por elementos de contraventamento diagonais.

6.4.5 Método de Gantes

Nesta secção utiliza-se o método de Gantes para estimar o factor de comprimento de encurvadura, (definido por Gantes como β), das colunas inseridas no pórtico parcialmente contraventado. Como visto nos dois casos de estudo anteriores, o parâmetro β depende apenas dos factores de distribuição do método de Wood, η_1 e η_2 , e do parâmetro de rigidez \bar{c}_2 .

Os factores de distribuição η_1 e η_2 , assumindo que o pórtico não permite deslocamentos transversais significativos, são os determinados no método de Wood para o pórtico totalmente contraventado (Tabelas 6.3 e 6.4).

O parâmetro \bar{c}_2 depende dos valores da rigidez do sistema de contraventamento, determinados anteriormente no critério de contraventamento proposto por Tong e Shi [35], e indicados na Tabela 6.40. Utilizando a Equação (5.8), é possível determinar a rigidez lateral conferida pelo sistema de contraventamento ao pórtico. Na Tabela 6.48, apresentam-se os diferentes parâmetros \bar{c}_2 (um para cada piso do pórtico).

Tabela 6.48: Parâmetro de rigidez \bar{c}_2 para o caso parcialmente contraventado - Método de Gantes

Piso	Parâmetro de rigidez \bar{c}_2
3	38.037
2	64.063
1	160.761

Com recurso aos factores de distribuição, η_1 e η_2 , e ao parâmetro de rigidez \bar{c}_2 , determinam-se os respectivos factores de comprimento de encurvadura $\beta_i = K_i$ através da Equação (5.9), obtendo-se os valores indicados na Tabela 6.49.

Tabela 6.49: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso parcialmente contraventado - Método de Gantes

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.9732	0.9727	0.9727	0.9732
Piso 2	0.9818	0.9813	0.9813	0.9818
Piso 1	0.6989	0.6987	0.6987	0.6989

Os erros associados a este método, quando comparados com a análise de estabilidade efectuada através do programa de cálculo automático, encontram-se representados na Tabela 6.50.

Tabela 6.50: Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Gantes

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	24.480	24.521	24.521	24.480
Piso 2	-7.743	-7.682	-7.682	-7.743
Piso 1	6.071	6.092	6.092	6.071

Analisando estes erros, verifica-se que são da mesma ordem de grandeza que os produzidos pelos métodos “clássicos”. Não existe diferença significativa nos erros, nem um aumento de precisão considerável. Como aspecto relevante na aplicação do método de Gantes ao pórtico parcialmente contraventado, refira-se que, contrariamente ao método de Wood, este método subestima o factor de comprimento de encurvadura das colunas do piso da base do

pórtico, com uma diferença (em valor absoluto) de cerca de 16%. Este método aproxima-se então mais do método de Alinhamento Gráfico, produzindo resultados muito semelhantes, do que do método de Wood.

No que respeita às diferenças entre a aplicação do método de Gantes considerando o pórtico completamente contraventado, ou parcialmente contraventado, estas são irrisórias em todos os pisos do pórtico, como se mostra na Tabela 6.51.

Tabela 6.51: Diferença relativa (%) entre os factores de comprimento de encurvadura β_i obtidos nos casos contraventado e parcialmente contraventado - Método de Gantes

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003
Piso 2	0.000	0.000	0.000	0.000
Piso 1	-0.665	-0.664	-0.664	-0.665

Como se vê, as diferenças associadas entre considerar o pórtico completamente contraventado e parcialmente contraventado na formulação de Gantes aplicadas ao pórtico da Figura 6.1, são insignificantes, havendo apenas no piso da base do pórtico uma ligeira diminuição no subdimensionamento das colunas. Isto é, ao analisar o pórtico como completamente contraventado, a diferença relativa entre os factores de comprimento de encurvadura K_i das colunas da base do pórtico é cerca de 0.7%, sendo sempre superiores os factores de comprimento de encurvadura para o caso parcialmente contraventado.

Critério de contraventamento de Gantes

Assumindo como critério de contraventamento o critério proposto por Gantes e descrito na Secção 5.1.2, baseado no parâmetro de rigidez da mola de translação \bar{c}_2 , tem-se que, nos casos onde $\bar{c}_2 \leq 50$, o respectivo piso do pórtico é considerado como não contraventado. Tal acontece no piso do topo do pórtico, sendo os restantes dois classificados como contraventados. Esta classificação assume-se como a mais próxima da realidade das até agora consideradas, pois não limita automaticamente o factor de comprimento de encurvadura das colunas do piso do topo do pórtico a um valor igual ou inferior a 1.0.

6.4.6 Método de Aristizabal-Ochoa

Nesta secção, a aplicação do método de Aristizabal-Ochoa ao pórtico parcialmente contraventado difere essencialmente das anteriores no modo como é contabilizada a contribuição do parâmetro de rigidez lateral produzida pelos elementos de contraventamento, traduzida na formulação do autor pelo parâmetro S_Δ . As rigidezes associadas à mola de translação de cada piso são as mesmas que se apresentaram na Tabela 6.40.

Aplicando os factores de fixação do pórtico contraventado descritos na Secção 6.2.5, mostrados nas Tabelas 6.13 e 6.14, bem como os parâmetros S_Δ descritos na Tabela 6.52,

Tabela 6.52: Parâmetro S_{Δ} - Método de Aristizabal-Ochoa

Piso	Parâmetro S_{Δ} (kN/m)
3	4464.29
2	7518.80
1	18867.92

consegue-se determinar através da resolução da Equação (5.18) os factores de comprimento de encurvadura para as colunas inseridas em cada piso do pórtico.

Tabela 6.53: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso parcialmente contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	1.0047	1.0047	1.0047	1.0047
Piso 2	0.7802	0.7802	0.7802	0.7802
Piso 1	0.7277	0.7277	0.7277	0.7277

Os resultados produzidos pela formulação proposta por Aristizabal-Ochoa são aqueles que trazem menores erros associados, em valor absoluto, como se pode verificar na Tabela 6.54. Verifica-se também que os resultados são idênticos em todas as colunas do mesmo piso, tal como acontece na análise de estabilidade. Tal deve-se ao facto de todas as colunas serem iguais, com o mesmo comprimento, e estarem sujeitas ao mesmo carregamento. Após determinado o comprimento de encurvadura da coluna representativa K_j , sendo seleccionada como coluna representativa qualquer coluna do piso de base do pórtico, como as relações α_i , β_i e γ_i têm todas o valor 1.0, tal faz com que os factores de comprimento de encurvadura K_i (dependentes de K_j e dos parâmetros atrás descritos) tenham o mesmo valor no piso considerado.

Tabela 6.54: Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	22.037	22.037	22.037	22.037
Piso 2	14.382	14.382	14.382	14.382
Piso 1	2.871	2.871	2.871	2.871

Neste método nota-se uma clara diminuição dos erros (em valor absoluto) nas colunas da base do pórtico, sendo estes erros cerca de metade dos erros associados aos métodos apresentados anteriormente. Em todos os factores de comprimento de encurvadura o sinal do erro relativo é positivo, o que implica que o método de Aristizabal-Ochoa subestima em cerca de 3% os factores de comprimento de encurvadura das colunas da base do pórtico. Os erros associados ao piso intermédio aumentam para cerca do dobro dos produzidos

pelos restantes métodos, sendo este o piso onde este método apresenta maiores erros. O método de Aristizabal-Ochoa subestima o comprimento de encurvadura das colunas do piso intermédio, de modo bastante significativo. É necessário ter em atenção que apesar deste método não produzir erros significativos no piso da base, ao assumir como hipótese simplificativa o conceito de encurvadura associado a um piso inteiro do pórtico, pode produzir erros substanciais num piso qualquer. Em relação ao piso de topo, os erros são muito semelhantes a qualquer um dos métodos de análise previamente descritos, quer em termos de sinal quer em termos de valor absoluto.

Apresentam-se na Tabela 6.55 as diferenças obtidas utilizando o método de Aristizabal-Ochoa para os casos contraventado, e parcialmente contraventado.

Tabela 6.55: Diferença relativa (%) entre os factores de comprimento de encurvadura K_i obtidos nos casos contraventado e parcialmente contraventado - Método de Aristizabal-Ochoa

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	-2.501	-4.443	-4.443	-2.501
Piso 2	20.920	19.888	19.888	20.920
Piso 1	-3.898	-4.425	-4.425	-3.898

Observa-se na Tabela 6.55 que existem diferenças algo significativas quando se comparam os resultados considerando o pórtico parcialmente contraventado em vez de o considerar como totalmente contraventado. Nos pisos da base e do topo do pórtico a formulação parcialmente contraventada produz resultados mais próximos dos obtidos através da análise de estabilidade em cerca de 3 a 5%, evidenciando-se as vantagens na utilização desta formulação para esses pisos. No piso intermédio os resultados pioram significativamente, havendo uma diferença entre eles de aproximadamente 20%, sendo que a utilização da formulação contraventada, contrariamente ao que se poderia esperar, produz melhores resultados que a formulação parcialmente contraventada.

O método de Aristizabal-Ochoa revela-se então como um método aproximado onde, apesar do aumento de cálculos a efectuar quando comparado com os métodos “classicos”, se conseguem obter resultados mais próximos dos reais relativamente a outras formulações utilizadas para analisar o pórtico parcialmente contraventado.

Critério de contraventamento de Aristizabal-Ochoa

O critério de contraventamento apresentado na formulação proposta por Aristizabal-Ochoa foi previamente descrito na Secção 5.2.4, e passa por determinar a rigidez lateral mínima, definida como S_{min} , que converte cada piso do pórtico de não contraventado ou parcialmente contraventado em totalmente contraventado. Através da Equação (5.29) e dos factores de fixação ρ_{ai} e ρ_{bi} calculados para o caso totalmente contraventado, é possível determinar a rigidez lateral mínima para cada piso, obtendo-se os valores indicados na Tabela 6.56.

Tabela 6.56: Rigidez lateral mínima S_{min} (kN/m) - Método de Aristizabal-Ochoa

Piso	Rigidez lateral mínima S_{min}
3	9396.76
2	3507.65
1	13869.90

Comparando estes resultados com a rigidez que é efectivamente fornecida pelos elementos de contraventamento diagonais a cada piso do pórtico (Tabela 6.52), verifica-se que o piso de base e o piso intermédio apresentam um carácter contraventado, pois os valores correspondentes da Tabela 6.56 são inferior aos da Tabela 6.52, sendo o piso superior o único piso a ser classificado como não contraventado.

6.4.7 Método de Xu e Liu

No final da Secção 5.3 foi descrito um procedimento de cálculo para estimar o factor de comprimento de encurvadura em pórticos parcialmente contraventados. Pretende-se agora aplicar esse mesmo procedimento, evidenciando apenas os resultados intermédios mais relevantes, ao pórtico parcialmente contraventado mostrado na Figura 6.8.

1. Primeiramente determinam-se os factores de fixação de extremidade, r_u e r_l , estando estes apresentados nas Tabelas 6.57 e 6.58, respectivamente

Tabela 6.57: Factores de fixação r_u - Pórtico parcialmente contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.0434	0.0831	0.0831	0.0434
Piso 2	0.0222	0.0434	0.0434	0.0222
Piso 1	0.0222	0.0434	0.0434	0.0222

Tabela 6.58: Factores de fixação r_l - Pórtico parcialmente contraventado

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	0.0222	0.0434	0.0434	0.0222
Piso 2	0.0222	0.0434	0.0434	0.0222
Piso 1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

2. Determinam-se para cada coluna os coeficientes β_{0i} , β_{1i} , β_{2i} , de acordo com as Equações (5.46a), (5.46b) e (5.46c).
3. Calcula-se a carga crítica de Euler P_E , tomando esta o valor de 3475.088 kN em cada coluna do pórtico. O parâmetro η_E é calculado para cada piso, de acordo com a Equação (5.50), obtendo-se em todos os pisos o seguinte valor: $\eta_E = 4633.450$ kN/m .

4. A rigidez lateral conferida pelo sistema de contraventamento a cada piso, S_B , é obtida através do programa de cálculo automático (ver Tabela 6.40 ⁶). A partir de S_B e η_E , calcula-se o factor de contraventamento lateral, α_B , de cada piso do pórtico, apresentando-se os resultados na Tabela 6.59.

Tabela 6.59: Factor de contraventamento lateral α_B - Método de Xu e Liu

Piso	Factor de contraventamento lateral α_B
3	0.4907
2	0.6187
1	0.8028

5. Calculam-se os coeficientes a , b e c , a partir das Equações (5.54a), (5.54b) e (5.54c).
6. Determina-se o parâmetro crítico de carga, λ_{cr} , de cada piso, obtendo-se os resultados da Tabela 6.60. A partir deste parâmetro, estima-se o factor de comprimento de encurvadura, K_i , para cada coluna, apresentando-se os resultados na Tabela 6.61.

Tabela 6.60: Parâmetro crítico de carga λ_{cr} - Método de Xu e Liu

Piso	Parâmetro crítico de carga λ_{cr}
3	34.5059
2	573.0910
1	112.3024

Tabela 6.61: Factor de comprimento de encurvadura K_i para o caso parcialmente contraventado - Método de Xu e Liu

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	1.0036	1.0036	1.0036	1.0036
Piso 2	0.7802	0.7802	0.7802	0.7802
Piso 1	0.5563	0.5563	0.5563	0.5563

Os erros associados, quando comparados os respectivos factores de comprimento de encurvadura com os obtidos através da análise de estabilidade, estão indicados na Tabela 6.61.

Note-se que os resultados obtidos através do método de Xu e Liu são muito semelhantes ao resultados que o método de Aristizabal-Ochoa fornece no piso de topo e no piso intermédio do pórtico. Sem a necessidade de resolver equações não lineares para se obter

⁶Para determinar a rigidez fornecida pelos elementos de contraventamento a cada piso do pórtico, recorre-se ao procedimento descrito na Secção 6.4.1 da presente dissertação, obtendo-se os resultados apresentados na Tabela 6.40.

Tabela 6.62: Erro relativo (%) para o caso parcialmente contraventado - Método de Xu e Liu

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	22.124	22.124	22.124	22.124
Piso 2	14.383	14.383	14.383	14.383
Piso 1	25.236	25.236	25.236	25.236

uma estimativa do factor de comprimento de encurvadura das colunas inseridas em pórticos parcialmente contraventados, o método de Xu e Liu tem a capacidade de fornecer resultados muito semelhantes ao método de Aristizabal-Ochoa, através de um procedimento de cálculo bastante mais simples, quando o grau de contraventamento, representado pelo parâmetro α_B , do piso do pórtico não é muito elevado. A diferença (em valor absoluto) entre os resultados obtidos através dos dois métodos é de cerca de 0.112% no piso de topo, 0.001% no piso intermédio e 23.025% no piso da base. Como dito anteriormente na Secção 5.3, quanto maior é o grau de contraventamento do pórtico, ou seja, quanto mais α_B se aproximar do valor de 1.0, maiores são os erros associados à utilização da expansão do factor de modificação de rigidez lateral β em serie de Taylor de segunda ordem. Como o valor de α_B do piso da base do pórtico já é algo elevado, a aplicação do método de Xu e Liu a este piso já traz maiores erros associados, levando a uma diferença entre os factores de comprimento de encurvadura de cerca de 25%.

Comparativamente ao método de Aristizabal-Ochoa, onde se observou uma clara vantagem na sua utilização no piso da base do pórtico, o método de Xu e Liu não exhibe grande precisão em nenhum dos pisos do pórtico, apesar da sua facilidade de cálculo. Avaliando as diferenças entre os casos contraventado e parcialmente contraventado no método de Xu e Liu, obtém-se a Tabela 6.63.

Tabela 6.63: Diferença relativa (%) entre os factores de comprimento de encurvadura K_i obtidos nos casos contraventado e parcialmente contraventado - Método de Xu e Liu

	Coluna A	Coluna B	Coluna C	Coluna D
Piso 3	-2.386	-4.323	-4.323	-2.386
Piso 2	20.922	19.890	19.890	20.922
Piso 1	20.030	19.625	19.625	20.030

O sinal positivo da diferença obtida na Tabela 6.63 indica que a utilização do método de Xu e Liu considerando o pórtico totalmente contraventado produz resultados mais próximos dos “reais” do que a utilização da formulação parcialmente contraventada. A utilização da formulação parcialmente contraventada produz então maiores erros em valor absoluto nos pisos da base e intermédio, apenas se relevando vantajosa a sua utilização no piso de topo do pórtico, onde os resultados são substancialmente melhores.

O método de Xu e Liu afigura-se pois como um método aproximado de fácil utilização, não exigindo cálculos tão complexos como no método de Aristizabal-Ochoa ou de Gantes

onde, caso o pórtico não tenha um elevado grau de contraventamento, fornece resultados com precisão bastante semelhante aos métodos anteriormente referidos. Apesar de ser um método aproximado, onde estão sempre inerentes erros associados, a sua utilização pode ser vantajosa caso o pórtico não tenha um elevado grau de contraventamento, pois nessa situação conseguem-se obter estimativas do factor de comprimento de encurvadura muito semelhantes às obtidas com a utilização de métodos simplificados mais complexos, como os métodos de Aristizabal-Ochoa ou Gantes.

Capítulo 7

Considerações Finais

São apresentados neste capítulo da dissertação os principais aspectos a reter e conclusões a tirar, do trabalho até aqui desenvolvido. Faz-se um resumo geral dos resultados obtidos nos três casos de estudo, bem como os aspectos mais significativos em termos comparativos, dos diferentes métodos estudados de cálculo de factores de comprimento de encurvadura.

7.1 Conclusões

Relativamente ao primeiro caso de estudo onde o pórtico é considerado como totalmente contraventado, é importante realçar que, como se viu anteriormente, o facto deste pórtico ter a movimentação lateral das suas colunas completamente restringida, não implica que todos os factores de comprimento de encurvadura das colunas sejam inferiores a 1.0. Este é um aspecto que pode facilmente levar a que, ao analisar um pórtico totalmente contraventado, se cometam erros substanciais no dimensionamento das colunas.

Ao comparar os resultados obtidos através de uma análise de estabilidade com os fornecidos pelos métodos “clássicos” (Wood e Alinhamento Gráfico), conclui-se que existem diferenças substanciais nos factores de comprimento de encurvadura, quer em termos de valor absoluto, quer em termos relativos. Os valores absolutos mais elevados do erro estão associado às colunas do piso do topo do pórtico onde os métodos “clássicos” produzem um erro de cerca de 22 a 24%. É preciso ter ainda especial atenção ao facto de o método de Wood sobrestimar o factor de comprimento de encurvadura das colunas “críticas” (as do piso da base do pórtico), enquanto que o método de Alinhamento Gráfico faz o contrario, subestimando o factor de comprimento de encurvadura e levando a um dimensionamento contrário à segurança.

Nas secções onde se aplicam as formulações mais complexas ao pórtico totalmente contraventado, destaca-se a similaridade dos erros associados, e em dois casos (Aristizabal-Ochoa e Xu e Liu) a igualdade dos resultados obtidos, aos resultados com os produzidos pelo método de Alinhamento Gráfico. Conclui-se assim que a aplicação das

formulações mais complexas ao caso totalmente contraventado é totalmente desnecessária, pois não produz qualquer tipo de melhoria nos resultados obtidos.

No segundo caso de estudo, admitindo que o pórtico não tem qualquer restrição à sua livre movimentação lateral, observa-se, como seria de esperar, que os resultados obtidos através da análise de estabilidade coincidem com os obtidos através de uma análise de segunda ordem não linear. Já os métodos clássicos produzem erros quase idênticos, quer em sinal quer em valor absoluto, mas significativamente maiores que os associados ao primeiro caso de estudo. Neste caso de estudo, quer o método de Wood quer o método de Alinhamento Gráfico subestimam o factor de comprimento de encurvadura das colunas “críticas”, sendo o erro máximo associado às colunas do piso da base de cerca de 25%. Estes métodos sobrestimam o factor de comprimento de encurvadura das colunas do piso intermédio, obtendo-se um erro máximo de 75%.

Ao aplicar as restantes formulações ao segundo caso de estudo, nomeadamente o método de Gantes, os resultados são muito semelhantes aos métodos clássicos, havendo até um pequeno incremento do erro (em valor absoluto) nas colunas do piso intermédio. O método de Aristizabal-Ochoa produz resultados que diferem bastante dos anteriores, sendo a principal diferença a diminuição substancial do erro nas colunas exteriores do segundo piso. O método de Xu e Liu, que se apresenta como um método complexo que no entanto envolve menos complexidade de cálculos que os restantes (Gantes e Aristizabal-Ochoa), produz erros muito semelhantes ao método de Aristizabal-Ochoa no primeiro e terceiro piso, havendo apenas um aumento do erro no segundo piso.

Neste caso de estudo, os métodos mais complexos mostram alguma vantagem na sua utilização, produzindo resultados mais próximos dos reais, levando a um dimensionamento mais adequado das colunas do pórtico.

No terceiro caso de estudo, e após terem sido aplicados os critérios de contraventamento descritos no Capítulo 4, chega-se à conclusão que o pórtico se pode considerar como totalmente contraventado, segundo a grande maioria dos critérios considerados.

No entanto, ao efectuar a análise desse mesmo pórtico, verifica-se que existem diferenças de cerca de 3% entre os factores de comprimento de encurvadura para o caso totalmente contraventado e parcialmente contraventado, sendo os factores de comprimento de encurvadura maiores quando se analisa o pórtico como parcialmente contraventado. Isto leva a que, ao assumir o pórtico como totalmente contraventado, exista um subdimensionamento de todas as colunas, ficando o dimensionamento destas contra a segurança.

Os resultados obtidos pelo programa de cálculo automático, pelos métodos “clássicos”, e pelas restantes formulações, apresentam neste caso de estudo as suas maiores diferenças, devido à capacidade que as formulações mais complexas têm em contabilizar a parcela de rigidez lateral que os elementos de contraventamento fornecem ao pórtico.

Os métodos clássicos, não tendo essa capacidade de contabilizar a influência dos elementos de contraventamento nos factores de comprimento de encurvadura, produzem, neste caso de estudo, resultados idênticos ao primeiro caso de estudo. Em termos de erros, estes são bastante semelhantes aos associados à consideração do pórtico totalmente contraventado, havendo apenas uma ligeira diferença nas colunas críticas de cerca de 2% no método de Wood e de 1.5% no método de Alinhamento Gráfico.

Analisando o terceiro caso de estudo através das formulações mais complexas, verifica-se que, no método de Gantes, as diferenças entre considerar o pórtico parcialmente, ou totalmente contraventado são quase nulas, havendo apenas uma diferença de 0.7% nas colunas da base do pórtico. Os resultados analisando o pórtico parcialmente contraventado com a utilização do método de Gantes são mais próximos dos reais, apesar da diferença de resultados ser bastante pequena. Desse modo, não se considera vantajosa a utilização do método de Gantes, pois o volume de cálculo requerido é bastante superior ao dos métodos clássicos, e apenas se obtêm pequenas diferenças em termos de factores de comprimento de encurvadura, quando comparadas com o método de Alinhamento Gráfico, por exemplo.

No método de Aristizabal-Ochoa, os erros das colunas da base do pórtico decrescem bastante, sendo o erro entre os resultados “reais” e os obtidos cerca de 2.9%. O método de Aristizabal-Ochoa revela o seu potencial no terceiro caso de estudo, subestimando o factor de comprimento de encurvadura em cerca de 3%, bastante menos que qualquer formulação analisada. Os erros aumentam pouco no segundo piso e mantêm-se constantes no terceiro piso, quando comparados os resultados com o método de Gantes.

O procedimento proposto por Xu e Liu, apesar da sua menor complexidade e volume de cálculo, insere-se nos métodos mais complexos, atendendo à capacidade que tem de contabilizar a parcela de resistência relativa aos elementos de contraventamento. No entanto, ao aplicar esta metodologia ao terceiro caso de estudo, devido ao elevado grau de contraventamento que o pórtico possui, os seus resultados são significativamente os piores dos até aqui vistos. O método de Xu e Liu produz erros de cerca de 25% nas colunas da base do pórtico, 14% no piso intermédio, e 22% nas colunas de topo, todos contra a segurança (isto é, subestima o comprimento de encurvadura das colunas). É por isso o método “complexo” aqui analisado que apresenta maiores erros, sendo mesmo a sua utilização neste caso de estudo até mais desadequada e imprópria que a utilização dos métodos “clássicos”.

7.2 Desenvolvidos Futuros

Depois de desenvolvida esta dissertação e de, apesar do volume e da complexidade dos cálculos associados, se ter concluído que existem métodos como o de Aristizabal-Ochoa que fornecem resultados bastante próximos dos “exactos”, o autor não considera que tais métodos sejam passíveis de se aplicar em gabinetes de projecto. Efectivamente, a complexidade e o volume de cálculo que esses métodos envolvem representa um obstáculo elevado à sua implementação para fins de projecto, face às possibilidades e vantagens

dos programas de cálculo automático disponíveis actualmente. Sugere-se então como desenvolvimento futuro o desenvolvimento de um método prático sem necessidade de resolução de equações não lineares, baseado numa metodologia simples, como a do método de Xu e Liu, e que forneça resultados mais próximos dos reais, como o de Aristizabal-Ochoa, tornando assim viável e interessante a sua implementação no projecto de estruturas metálicas.

Bibliografia

- [1] BS5950:Part 1. *Structural Use of Steelwork in Building. Part 1: Code of Practice for Design in Simple and Continuous Construction: Hot Rolled Section*. British Standards Institution, 1990.
- [2] NPEN 1993-1-1. *Eurocode 3 : Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization, 2005.
- [3] NPEN 1993-1-1. *Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço - Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios*, chapter 5, pages 40–42. Comité Européu de Normalização, 2010.
- [4] NPEN 1993-1-1. *Eurocódigo 3 -Projecto de estruturas de aço - Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios*. Comité Européu de Normalização, 2010.
- [5] AASHTO. *LRFD Bridge Design Specifications, 3rd ed.* American Association of State Highway and Transportation Officials, 2004.
- [6] AISC. *Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction, 2010.
- [7] J. Dario Aristizabal-Ochoa. K-factor for columns in any type of construction: Nonparadoxical approach. *Journal of Structural Engineering*, 120(4):1272–1290, 1994.
- [8] J. Dario Aristizabal-Ochoa. Stability of columns under uniform axial load with semirigid connections. *Journal of Structural Engineering*, 120(11):3212–3222, 1994.
- [9] J. Dario Aristizabal-Ochoa. Story stability of braced, partially-braced, and unbraced frames: Classical approach. *Journal of Structural Engineering*, 123(6):799–807, 1997.
- [10] C. Donizeti Basaglia. *Análise não-linear de barras e pórticos metálicos utilizando a teoria generalizada de vigas*. PhD thesis, Instituto Superior Técnico, Portugal, 2010.
- [11] Eurocode 3: Calculation of Steel Structures-Application Text. *Annex E: Buckling Length of a Compression Member*. CEN,ENV 1993-1-1, 1992.
- [12] W.F. Chen and E. M. Lui. *Stability Design of Steel Frames*. CRC Press, 1991.

- [13] Manuel Teixeira Braz César. Estudos paramétricos sobre a instabilidade de pórticos metálicos bidimensionais e tridimensionais. Master's thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, Portugal, 2004.
- [14] R. Cunningham. Some aspects of semi-rigid connections in structural steel-work. *The Structural Engineer*, 68(5):85–92, 1990.
- [15] King W.S. Duan, L. and W.F. Chen. K-factor equation to alignment charts for column design. *ACI Structural Journal*, 90(3):242–248, 1993.
- [16] Lian Duan and Wai-Fah Chen. *Handbook of Structural Engineering*, chapter 31. CRC Press, 2005.
- [17] ECCS. European recommendations for steel construction. In *European Convention for Constructional Steelworks*, pages 77–81, 1978.
- [18] G. Winter et al. Buckling of trusses and rigid frames. *Cornell Univ. Bull.*, 36, 1948. Engineering Experimental Station, Cornell University.
- [19] T.V. Galambos. Lateral support for tier building frames. *AISC Engineering Journal*, 1(1):16–19, 1964.
- [20] T.V. Galambos. *Structural Members and Frames*. Prentice Hall International, 1968.
- [21] Charis J. Gantes and Elias Voyagaki. Effective column lengths of plane frames with elastic lateral supports. In A. Lamas e L. Simões da Silva, editor, *Eurosteel 2002-3rd European Conference on Steel Structures*, volume 1, pages 163–172, 2002.
- [22] American Concrete Institute. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary (ACI 318R-02)*. Farmington Hills, 2002.
- [23] Julian, O.G. and Lawrence, L.S. Notes on J and L Nomograms for Determination of Effective Length. Unpublished Report, 1959.
- [24] Xu L, Liu Y, and Chen J. Stability of unbraced frames under non-proportional loading. *Structural Engineering and Mechanics-An International Journal*, 11(1):1–16, 2001.
- [25] Sameh Y. Mahfouz. *Design Optimization of Strucutral Steelwork*. PhD thesis, University of Bradford, UK, 1999.
- [26] D Menon. Fuzzy logic based estimation of effective lengths of columns in partially braced multi-storey frames. *Structural Engineering & Mechanics*, 11(3):287–299, 2001.
- [27] N. M. Newmark. A simple approximate formula for effective end-fixity of columns. *Journal of Aeronautical Sciences*, 16(2), 1949.
- [28] Charles Head Norris, John Benson Wilbur, and Senol Utku. *Elementary Structural Analysis*, chapter 9, pages 313–326. McGraw-Hill, 3rd edition, 1976.

- [29] António Reis and Dinar Camotim. *Estabilidade Estrutural*. McGraw-Hill, 2002.
- [30] J. Richard Liew and Eric M. Lui. *Handbook of Structural Engineering*, chapter 32. CRC Press, 2005.
- [31] J. Rondal. Effective Length of Tubular Lattice Girder Members - Statistical Tests. Technical report, CIDECT Report, 3K-88/9, Liege, Belgium, 1988.
- [32] Charles G. Salmon and John E. Johnson. *Steel Structures: Design and Behavior*. Prentice Hall, 1996.
- [33] Rui Simões. *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas*. CMM Press, 2007.
- [34] S. P. Timoshenko and James M. Gere. *Theory of Elastic Stability*. McGraw-Hill, 1963.
- [35] G. Tong and Z. Shi. Stability of frames weakly braced by shear-type bracings. *Advances in Structural Engineering*, 4(4):211–215, 2001.
- [36] Elias Voyagaki. Comparison of analytical methods and eurocode regulations concerning buckling analysis of plane frames. Master's thesis, National Technical University of Athens, Greece, 2000.
- [37] R.H. Wood. Effective length of columns in multi-storey building. *The Structural Engineer*, 52(7), 1974.
- [38] L. Xu. *Optimal design of steel frameworks with semi-rigid connections*. PhD thesis, University of Waterloo, Canada, 1994.
- [39] L. Xu and Y. Liu. Story stability of semi-braced steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 58(4):467–491, 2002.
- [40] Ronald D. Ziemian. *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*. John Wiley and Sons, Inc., 1998.

Apêndice A

Tabelas de Perfis

Tabela A.1: Características geométricas dos perfis IPE100 e HEB140

	IPE 100	HEB 140
G (kg/m)	8.1	33.7
h (mm)	100	140
b (mm)	55	140
t_w (mm)	4.1	7
t_f (mm)	5.7	12
r (mm)	7	12
A (cm ²)	10.32	42.96
h_i (mm)	88.6	116
d (mm)	74.6	92
\emptyset	-	M16
p_{min} (mm)	-	66
p_{mx} (mm)	-	76
A_L (m ² /m)	0.4	0.805
A_G (m ² /t)	49.33	23.88
I_y (cm ⁴)	171	1509
$W_{el.y}$ (cm ³)	34.2	215.6
$W_{pl.y}$ (cm ³)	39.41	245.4
i_y (cm)	4.07	5.93
A_{vz} (cm ²)	5.08	13.08
I_v (cm ⁴)	15.92	549.7
$W_{el.z}$ (cm ³)	5.79	78.52
$W_{pl.z}$ (cm ³)	9.15	119.8
i_z (cm)	1.24	3.58
s_s (mm)	23.7	45.06
I_t (cm ⁴)	1.2	20.06
$I_w \times 10^{-3}$ (cm ⁶)	0.35	22.48

Tabela A.2: Características geométricas dos elementos circulares ocos CHS

CHS 76.1 \times 3.2	
D (mm)	76.1
t (mm)	3.2
G (kg/m)	5.75
A (cm ²)	7.33
I (cm ⁴)	48.8
i (cm)	2.58
W_{el} (cm ³)	12.8
W_{pl} (cm ³)	17
I_t (cm ⁴)	97,6
C_t (cm ³)	25.6
A_s (m ² /m)	0.239